ROBUST'2000, 237 – 243

BAYESŮV PRINCIP

ZDENĚK PŮLPÁN

Abstrakt. Poukážeme na možnost rozhodování pomocí Bayesova principu. Ten vychází z odhadu podmíněné pravděpodobnosti a z předpokladu disjunktního rozkladu základní množiny (nebo z předpokladu disjunktnosti vzhledem k zavedené pravděpodobnosti). Navrhneme jedno jeho rozšíření i pro fuzzy množiny.

Резюме: В этой статье изучает ся применение метода Баеса и фази мнозеств.

1. Klasický Bayesův princip

Mějme dánu základní množinu Ω, jevové pole $\mathcal{A}_\Omega$ na Ω a pravděpodobnost P na $\mathcal{A}_\Omega$. Pak podmíněnou pravděpodobnost $p(A/B)$ za podmínky $B \in \mathcal{A}_\Omega$, indukovanou pravděpodobností P, definujeme pro každé $A \in \mathcal{A}_\Omega$ vztahem

$$p(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad \text{když} \quad P(B) > 0 \tag{1}$$
$$= 0, \qquad \text{když} \quad P(B) = 0.$$

O tom, že $A \to p(A/B)$ je pravděpodobnost, se můžeme snadno přesvědčit:

$$p(B/B) = 1;\ p(A/B) \geq 0;\ p(\bigcup_i A_i/B) = \sum_i p(A_i/B),$$

kde A_i jsou navzájem disjunktní prvky z $\mathcal{A}_\Omega$, $i \in I$ a I je nejvýše spočetná množina.

Budeme používat rozkladu prostoru Ω. Rozklad prostoru Ω je takový, nejvýše spočetný systém neprázdných množin $B_i \in \mathcal{A}_\Omega$, $i \in I$, kde I je nejvýše spočetná indexová množina a platí

a) $B_i \cap B_j =$ pro $i \neq j$ (vzájemná disjunktnost)

b) $\cup_{i \in I} B_i = \Omega$ (pokrytí množiny Ω).

Mějme nyní jistý rozklad $S = \{B_i\}_{i \in I}$ množiny Ω, kde $B_i \in \mathcal{A}_\Omega$, $i \in I$, a libovolné $A \in \mathcal{A}_\Omega$. Pak platí vzhledem k (1) a vlastnostem P na $\mathcal{A}_\Omega$

$$P(A) = P(A \cap \Omega) = P(A \cap (\bigcup_i B_i)) = P(\bigcup_i (A \cap B_i)) =$$
$$= \sum_{i \in I} P(A \cap B_i) = \sum_{i \in I} P(B_i) \cdot p(A/B_i) \tag{2}$$

a také pak

$$p(B_i/A) = \frac{P(B_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_i) \cdot p(A/B_i)}{\sum_i P(B_i) \cdot p(A/B_i)}, \quad \text{když } P(A) > 0 \tag{3}$$
$$= 0, \qquad \text{když } P(A) = 0.$$

Vztah (2) se nazývá vztahem pro úplnou pravděpodobnost a vztah (3) je Bayesův.

2000 *Mathematics Subject Classification.* 62C10.
Klíčová slova. Bayesův princip, fuzzy množiny.

Příklad 1: Uvažujme $\mathcal{X}$ jako konečnou množinu určitých symptomů. Označme znakem $\Omega = 2^{\mathcal{X}}$ množinu všech podmnožin množiny $\mathcal{X}$ a vytvořme rozklad množiny Ω například tak, že některé prvky rozkladu budou reprezentovat přítomnost resp. nepřítomnost základních symptomů jen jedné určité choroby; mezi jistými chorobami a třídami rozkladu B_i tak bude vzájemně jednoznačný vztah.

Jsou-li odhadnutelné pravděpodobnosti jednotlivých uvažovaných diagnóz $P(B_i)$ a podmíněné pravděpodobnosti $p(A/B_i)$ souboru pozorovaných symptomů A při každé z uvažovaných diagnóz $B_i, i \in I$, můžeme stanovit podle (3) pro každé $i \in I$ podmíněnou pravděpodobnost $p(B_i/A)$. Rozhodování zvažujeme vzhledem ke vzájemným hodnotám $p(B_i/A), i \in I$.

Konkrétněji, nechť $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \cdots, x_k\}$ je konečná množina základních symptomů (např. x_1 „zvýšená teplota", x_2 „bolesti břicha", ..., x_k „artróza kyčelního kloubu") a přiřadíme vzájemně jednoznačně každému prvku $\omega \subset \Omega = 2^{\mathcal{X}}$ k-rozměrný vektor $\overrightarrow{v}(\omega) = (a_1, a_2, \cdots, a_k)$ tak, že $a_i = 1$ resp. 0, když je $x_i \in \omega$ resp. $x_i \notin \omega$. Je-li systém symptomů vzhledem k chorobám $n_1, n_2, \cdots, n_l$, $l < 2^k$, dobře vytvořen, je možné stanovit takový rozklad S na Ω (resp. na množině všech k-členných 0-1 posloupností), že některé jeho třídy rozkladu mohou být ztotožněny s chorobami $n_1, n_2, \cdots, n_l$. Nechť $S = \{B_i\}_{i=1}^{q}$, kde q je počet prvků rozkladu S; B_i jsou tvořeny jistými k-prvkovými posloupnostmi $\overrightarrow{v}(\omega)$, které jsou diagnózami. Bodové odhady pravděpodobností $P(B_i)$ dostaneme součtem relativních četností diagnóz obsažených v B_i. Podobně dostaneme bodové odhady podmíněných pravděpodobností $p(A/B_i)$ jako součty relativních četností diagnóz z A v množině diagnóz patřících k B_i.

Máme zde však několik problémů. Jeden spočívá v tom, že bodové odhady pravděpodobností jsou spolehlivé jen když pocházejí z dostatečně rozsáhlého náhodného výběru. Vzhledem k tomu, že např. v lékařských rozhodováních potřebujeme i velké množství dílčích diagnóz, je potřebné odhady provádět z relativně velmi rozsáhlého výběru. Druhý problém spočívá v hodnocení dílčích diagnóz, které pro serióznější celkovou diagnózu musí vycházet z přesnější charakterizace stavu než např., že pacient „má" nebo „nemá bolesti břicha". Nahradíme-li například položku x_1 číselnou hodnotou tělesné teploty, např. s přesností $\pm 0,1^o C$, máme zde místo odhadu dvou možných stavů i kolem 50 nových možností tělesných teplot. To znamená, že již např. při 3 podobných diagnózách máme zjišťovat odhady pravděpodobností pro 125 000 možných stavů! A to zřejmě není možné. $\square$

Poznámka: Podmínku rozkladu množiny Ω pro platnost Bayesova vztahu (3) lze oslabit podmínkou P-rozkladu takto:

Systém $T = \{B_i\}_{i \in I}$ množin $B_i \in \mathcal{A}_\Omega$ je systémem P-disjunktních množin, když
a) $P(B_i \cap B_j) = 0$ pro $i \neq j$,
b) $P(\cup_i B_i) = 1,$ (4)
c) $P(B_i) > 0, \ i \in I.$

Platnost (3) za podmínek (4) vyplývá z toho, že ze (4) plyne pro $P(A)$ vztah (5):

$$P(A) = P(A \cap \bigcup_i B_i) = \sum_{iv \in I} P(A \cap B_i). \tag{4}$$

Viděli jsme, že užití Bayesova rozhodování při větším počtu odhadovaných položek předpokládá rozsáhlá výběrová šetření. Přitom si uvědomujeme, že některé diagnostikované položky mají podobu vágních dat. Zkusme proto nahradit rozsáhlé měření expertními odhady funkcí náležitostí fuzzy množin $\widetilde{A}$ a $\widetilde{B}_i, \ i \in I$.

2. Fuzzy Bayesův princip

Předpokládejme, že máme opět základní prostor Ω, jevové pole $\mathcal{A}_\Omega$ a pravděpodobnost P na $\mathcal{A}_\Omega$. Postupujme analogicky s klasickým případem.

Fuzzy jevem vzhledem k $\mathcal{A}_\Omega$ je každá fuzzy (pod)množina $\widetilde{A}$ množiny Ω, pro jejíž funkci příslušnosti μ_A platí

$$\mu_A^{-1}(I) \in \mathcal{A}_\Omega \tag{5}$$

pro každý interval $I \subset \langle 0; 1\rangle$.

Pravděpodobnost fuzzy jevu $\widetilde{A}$ s funkcí příslušnosti μ_A definujeme vztahem

$$\mathcal{P}(\widetilde{A}) = \int_\Omega \mu_A dP = E(\mu_A). \tag{6}$$

Podmíněná pravděpodobnost q pro fuzzy jev $\widetilde{A}$ za podmínky fuzzy jevu $\widetilde{B}$ je definována podobně jako v klasickém případě ([4])

$$\begin{aligned} q(\widetilde{A}/\widetilde{B}) &= \frac{\mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B})}{\mathcal{P}(\widetilde{B})}, \text{ když } \mathcal{P}(\widetilde{B}) > 0 \\ &= 0, \qquad\qquad \text{když } \mathcal{P}(\widetilde{B}) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Mějme nyní dánu nejvýše spočetnou posloupnost $\{\widetilde{B}_i\}_I$ fuzzy jevů množiny Ω. Platnost fuzzy Bayesova principu je pak podmíněna splněním ekvivalentních vztahů (9) a (10) pro jakýkoliv fuzzy jev $\widetilde{A}$ množiny Ω:

$$\mathcal{P}(\widetilde{A}) = \sum_{i \in I} \mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}_i) \tag{8}$$

$$q(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) = \frac{\mathcal{P}(\widetilde{B}_i) \cdot q(\widetilde{A}/\widetilde{B}_i)}{\sum_j \mathcal{P}(\widetilde{B}_i) \cdot q(\widetilde{A}/\widetilde{B}_i)}, \ i \in I. \tag{9}$$

Hledejme proto podmínku pro fuzzy množiny $\widetilde{B}_i, \ i \in I$, k platnosti (9) pro každou fuzzy množinu $\widetilde{A}$ množiny Ω. Systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i\}_{i \in I}$, který splňuje (9) pro každou fuzzy množinu $\widetilde{A}$ nazveme systémem fuzzy disjunktních množin.

Rozebereme si problém fuzzy disjunktnosti nejprve na příkladech.

Příklad 2: Mějme $\Omega = \langle 0; 10\rangle$ a na ní rozložení pravděpodobností dané hustotou $f(x)$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{25}x; \qquad\qquad 0 \le x \le 5 \\ &= -\frac{1}{25}x + \frac{2}{5}; \qquad 5 < x \le 10. \end{aligned}$$

Systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i^1\}_{i=1,2,3}$ bude nejprve systémem ostrých množin (zapsaných ovšem jako fuzzy množiny) s funkcemi příslušnosti:

$$\begin{aligned} \mu_{B_1^1}(x) &= 1 \text{ pro } x \in \langle 0; 3\rangle \\ &= 0 \text{ pro } x \notin \langle 0; 3\rangle, \\ \mu_{B_2^1}(x) &= 1 \text{ pro } x \in (3; 6\rangle \\ &= 0 \text{ pro } x \notin (3; 6\rangle, \\ \mu_{B_3^1}(x) &= 1 \text{ pro } x \in (6; 10\rangle \\ &= 0 \text{ pro } x \notin (6; 10\rangle. \end{aligned}$$

Pak je $\mathcal{P}(\widetilde{B}_1^1) = \int_\Omega \mu_{B_1^1}(x) f(x) dx = 0,18$, $\mathcal{P}(\widetilde{B}_2^1) = 0,50$, $\mathcal{P}(\widetilde{B}_3^1) = 0,32$; je jasné, že zde musí být $\sum_{i=1}^3 P(B_i) = 1$.

Pro fuzzy množinu $\widetilde{A}$:
$\mu_A(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3};\ 1 \le x \le 4$
$= -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}; 4 \le x \le 7$
$= 0$ jinde,
výpočtem dostaneme $\mathcal{P}(\widetilde{A}) = \int_\Omega \mu_A(x) \cdot f(x)dx = 0,444$.

Uvažujeme-li průnik dvou fuzzy množin buď ve smyslu Zadehovy nebo Lukasiewiczovy (nebo i jiné) definice dostaneme v našem případě volby systému $\{\widetilde{B}_i^1\}_{i=1,2,3}$ stejné hodnoty $P(\widetilde{B}_1^1 \cap \widetilde{A}) = 0,062$, $P(\widetilde{B}_2^1 \cap \widetilde{A}) = 0,357$, $P(\widetilde{B}_3^1 \cap \widetilde{A}) = 0,024$. Zde skutečně platí (9). Náš systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i^1\}_{i=1,2,3}$, který je systémem disjunktních množin ve smyslu disjunktnosti ostrých množin je i systémem fuzzy disjunktních množin (ve smyslu zmíněných definic průniku fuzzy množin) a platí zde fuzzy Bayesův princip.

Zavedeme si nyní jiný systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i^2\}_{i=1,2,3}$ definovaných takto:

$$\mu_{B_1^2}(x) = -\frac{1}{3}x + 1;\ 0 \le x \le 3$$

$$= 0;\ \text{jinde}$$

$$\mu_{B_2^2}(x) = \frac{1}{4}x - \frac{3}{2};\ 6 \le x \le 10$$

$$= 0;\ \text{jinde}$$

$$\mu_{B_3^2}(x) = \frac{1}{5}x - \frac{1}{5};\ 1 \le x \le 6$$

$$= -x + 7;\ 6 \le x \le 7$$

$$= 0;\ \text{jinde.}$$

Můžeme si představit, že daný systém fuzzy množin reprezentuje jistou neostrou klasifikaci na Ω. Dané fuzzy množiny nejsou disjunktní ve smyslu Zadehovy (zde je $\mu_{A\cap B}(x) = min(\mu_A(x), \mu_B(x)))$ ani Lukasiewiczovy definice (zde je $\mu_{A\odot B}(x) = max(\mu_A(x) + \mu_B(x) - 1; 0)$ průniku dvou fuzzy množin.

Pro tento systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i^2\}_{i=1,2,3}$ máme
$\mathcal{P}(\widetilde{B}_1^2) = 0,06$; $\mathcal{P}(\widetilde{B}_2^2) = 0,107$; $\mathcal{P}(\widetilde{B}_3^2) = 0,043$.
Vidíme tedy, že $\sum_{i=1}^3 \mathcal{P}(\widetilde{B}_i^2) \neq 1$.
Pro průniky fuzzy množin, určovaných ze Zadehovy definice minima máme
$\mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}_1^2) = 0,027$; $\mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}_2^2) = 0,010$; $\mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}_3^2) = 0,347$.
Platí tedy $\sum_{i=1}^3 \mathcal{P}(\widetilde{A} \cap \widetilde{B}_i^2) = 0,384 \neq 0,444 = \mathcal{P}(\widetilde{A})$.

Provedeme-li výpočet průniku fuzzy množiny $\widetilde{A}$ s fuzzy množinami $\widetilde{B}_i^2$, $i = 1,2,3$, pomocí Lukasiewiczovy spojky, dostaneme za předpokladu stejné základní pravděpodobnostní míry dané hodnotou $f(x)$:
$\mathcal{P}(\widetilde{A} \odot \widetilde{B}_1^2) = 0$; $\mathcal{P}(\widetilde{A} \odot \widetilde{B}_3^2) = 0,198$; $\mathcal{P}(\widetilde{A} \odot \widetilde{B}_2^2) = 0$.
Zde je $\sum_{i=1}^3 \mathcal{P}(\widetilde{A} \odot \widetilde{B}_i^2) = 0,198 \neq \mathcal{P}(\widetilde{A})$.

V obou uvedených případech tedy fuzzy Bayesův princip (9) neplatí. Vidíme, že jsou sice případy, kdy (9) platí, ale v situaci, která je pro praxi důležitá, tento princip neplatí. $\square$

Pokusme se nyní zeslabit podmínku (9) tak, aby fuzzy Bayesův princip zahrnoval i všechny klasické případy (3) disjunktních nonfuzzy množin systému $\{\widetilde{B}_i\}_{i\in I}$, který pokrývá Ω.

Pro fuzzy - Bayesovské rozhodování je důležité vhodně odhadnout $q(\widetilde{B}_i/\widetilde{A})$, kde $\widetilde{B}_i, i \in I$, jsou různé fuzzy množiny, jejichž sjednocení nosičů je Ω; jak jsme připomněli, ačkoliv v klasickém (nonfuzzy) případě tvoří $B_i, i \in I$, rozklad Ω, zde, vzhledem k obecnějšímu užití, se nesnažíme předpokládat pro fuzzy množiny $\widetilde{B}_i$, $i \in I$, jejich vzájemnou fuzzy disjunktnost vzhledem k některé definici průniku ([5]).

Mějme dáno jevové pole $\mathcal{A}_\Omega$ a pravděpodobnost P na $\mathcal{A}_\Omega$. Dále mějme dán systém fuzzy množin $\{\widetilde{B}_i\}_{i\in I}$, jejichž nosiče pokrývají Ω a nechť $\widetilde{B}_i$, $i \in I$, jsou fuzzy jevy. Pro každou fuzzy množinu $\widetilde{B}_i$, $i \in I$ určeme novou fuzzy množinu $\widetilde{B}_i^0$ takto

$$\mu_{B_i^0}(x) = inf_{j\neq i, j\in I}\ max(\mu_{B_i}(x) - \mu_{B_j}(x); 0); \qquad x \in \Omega; i \in I. \tag{10}$$

Je jasné, že $\widetilde{B}_i^0$ je pak také fuzzy jev vzhledem k $\mathcal{A}_\Omega$.

Nyní definujme podmíněnou pravděpodobnost $q(\widetilde{B}_i/\widetilde{A})$ fuzzy jevu $\widetilde{B}_i$ za podmínky libovolného fuzzy jevu $\widetilde{A}$ (vzhledem k $\mathcal{A}_\Omega$) nově vztahem (12):

$$q_1(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) = \frac{\mathcal{P}(\widetilde{B}_i^0 \cap \widetilde{A})}{\mathcal{P}(\widetilde{A})}; \quad i \in I. \tag{11}$$

Jsou-li fuzzy množiny $\widetilde{B}_i$, $i \in I$ interpretovatelné jako disjunktní normální množiny z $\mathcal{A}_\Omega$, pokrývající Ω, je $\widetilde{B}_i^0 = \widetilde{B}_i$, $i \in I$, a platí (2) i (3).

Průnik fuzzy množin ve výrazu pro pravděpodobnost v čitateli výrazu (12) můžeme konstruovat podle různých definic; použití závisí na problému, který se zkoumá a na zkušenosti uživatele.

Příklad 3: Počítejme pro data z příkladu 2 hodnoty $q_1(B_i^{10}/\widetilde{A})$ a $q_1(B_i^{20}/\widetilde{A})$ pro $i = 1, 2, 3$ podle (12) a užívejme Zadehovy interpretace fuzzy průniku.

Nejprve určíme příslušné fuzzy množiny: Platí $\widetilde{B}_i^{10} = \widetilde{B}_i,\ i = 1, 2, 3$. Dále jsme vypočetli

$\widetilde{B}_1^{20}$:

$$\mu_{B_1^{20}}(x) = \begin{cases} \mu_{B_1^2}(x) & \text{pro } x \in \langle 0; 1) \\ -\frac{8}{15}x + \frac{6}{5} & \text{pro } x \in \langle 1; \frac{9}{4}\rangle \\ 0 & \text{jinde;} \end{cases}$$

$\widetilde{B}_2^{20}$:

$$\mu_{B_2^{20}}(x) = \begin{cases} = 0 & \text{pro } x \leq \frac{34}{5} \\ \frac{5}{4}x - \frac{17}{2} & \text{pro } \frac{34}{5} < x \leq 7 \\ \mu_{B_2^2}(x) & \text{pro } 7 < x \leq 10 \end{cases}$$

$\widetilde{B}_3^{20}$:

$$\mu_{B_3^{20}}(x) = \begin{cases} \frac{8}{15}x - \frac{6}{5} & \text{pro } \frac{9}{4} < x \leq 3 \\ \mu_{B_3^2}(x) & \text{pro } 3 < x \leq 6 \\ -\frac{5}{4}x + \frac{17}{2} & \text{pro } 6 < x \leq \frac{34}{5} \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases}$$

Pak je v prvním případě podle (12)

$$q_1(\widetilde{B}_1^1/\widetilde{A}) = \frac{1}{\mathcal{P}(\widetilde{A})} \cdot \int_\Omega min(\mu_{B_1^{20}}(x), \mu_A(x)) \cdot f(x)dx = \frac{0,062}{0,444} = 0,14$$

$$q_1(\widetilde{B}_2^1/\widetilde{A}) = 0,90; \qquad q_1(B_3^1/\widetilde{A}) = 0,02.$$

Ve druhém případě je podle (12)
$q_1(\widetilde{B}_1^2/\widetilde{A}) = 0,02;$ $q_1(\widetilde{B}_2^2/\widetilde{A}) = 0,00;$ $q_1(\widetilde{B}_3^2/\widetilde{A}) = 0,68.$ □

Je jasné, že vzhledem k definici fuzzy množin $\widetilde{B}_i^0$ a k (12) nemůžeme očekávat obecnou platnost vztahu $\sum_{i\in I} q_1(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) = 1$, analogického ke vztahu pro non fuzzy podmíněné pravděpodobnosti v žádné z interpretací fuzzy průniku.

Hodnoty $q_1(B_i/\widetilde{A}),\ i \in I$, můžeme chápat jako míry správnosti rozhodnutí pro alternativu $\widetilde{B}_i$ za podmínky $\widetilde{A}$ a uvažovat o vektoru $\overrightarrow{Q}_A$ (když $card(I) = n$)

$$\overrightarrow{Q}_A = (q_1(\widetilde{B}_1/\widetilde{A}),\ q_1(B_2/\widetilde{A}), \cdots, q_1(B_n/\widetilde{A})). \tag{12}$$

Tento vektor je možné normovat tak, aby každé $q_1(B_i/\widetilde{A})$ přešlo v $q_1^*(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) \geq 0$ tak, aby

$$\sum_{i\in I} q_1^*(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) = 1. \tag{13}$$

Normované hodnoty $q_1^*(\widetilde{B}_i/\widetilde{A})$ pak mohou být interpretovány jako váhy jednotlivých rozhodnutí $\widetilde{B}_i$ za předpokladu znalosti $\widetilde{A}$ (např. předchozího rozhodnutí $\widetilde{A}$).

Nabízí se však ještě druhá možnost určení $q(\widetilde{B}_i/\widetilde{A})$, a to vztahem (15)

$$q_2(\widetilde{B}_i/\widetilde{A}) = \frac{\mathcal{P}(\widetilde{B}_i^0 \cap \widetilde{A})}{\sum_{j\in I} \mathcal{P}(\widetilde{B}_j^0 \cap \widetilde{A})};\ i \in I. \tag{14}$$

Zde bereme v úvahu, že jmenovatel ve (14) nemusí nabývat hodnoty $\mathcal{P}(\widetilde{A})$ a příslušné $q_2(\widetilde{B}_i/\widetilde{A})$ je pak mírou zastoupení hodnoty $P(\widetilde{B}_i^0 \cap \widetilde{A})$ v součtu $\sum_{j\in I} \mathcal{P}(\widetilde{B}_j^0 \cap \widetilde{A})$. Pro q_2 z (15) však ale přímo platí

$$\sum_{j\in I} q_2(\widetilde{B}_j/\widetilde{A}) = 1.$$

Příklad 4: Pro data z předcházejících příkladů 2 a 3 a opět pro Zadehovu interpretaci průniku fuzzy množin máme

$$q_1^*(\widetilde{B}_1^2/\widetilde{A}) = 0,03 \doteq q_2(\widetilde{B}_1^2/\widetilde{A})$$

$$q_1^*(\widetilde{B}_2^2/\widetilde{A}) = 0,00 \doteq q_2(\widetilde{B}_2^2/\widetilde{A})$$

$$q_1^*(\widetilde{B}_3^2/\widetilde{A}) = 0,97 \doteq q_2(\widetilde{B}_3^2/\widetilde{A}).$$

V našem případě jsou oba výsledky téměř identické. □

3. Závěr

Byly naznačeny problémy, které vznikají ve snaze zavést Bayesův princip i pro fuzzy jevy analogicky s tímto principem v klasické teorii pravděpodobnosti. Je uvedeno jedno z možných řešení tohoto problému „úpravou“ fuzzy množin $\widetilde{B}_i,\ i \in I$, tvořících pak „fuzzy pokrytí“ základní množiny Ω. Je také možné využít tohoto principu v rozhodování, zobrazitelném stromovým grafem.

Literatura

1 Hintikka J., Suppes P.: Information and Inference, D. Riedel Publ., Dordrecht, 1970.
2 Zimmermann H.-J.: Fuzzy Set Theory and its Application, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1996.
3 Cox E.: The Fuzzy Systems, Handbook, 2nd ed., AP Professional, Academic Press, New York, 1999.
4 Mesiar R. a Piasecki K.: Fuzzy disjunktnosť indukovaná Bayesovým princípom, Teória a aplikácie fuzzy množín IV - VII, JSMF, VVTŠ Liptovský Mikuláš, Praha, 1989
5 Půlpán Z.: K problematice vágnosti v humanitních vědách, Academia, Praha, 1997

Conclusion

We have described the posibilities of decision making with the help of the fuzzy - Bayes formula.

Konkludo

En tio artikolo ni evolugis la fuzzy - Bayes formula. Ni uzas tion formulon en la decida procedo egz. en la medicino.

Univerzita Hradec Králové, katedra matematiky PdF, Víta Nejedlého 573, 500 38 Hradec Králové
E-mail: zdenek.pulpan@uhk.cz