

# EXPERTNÍ SYSTÉMY a STATISTIKA

Tomáš Havránek

SVI ČSAV

Pod vodárenskou věží 2

182 07 Praha 8

## ÚVOD

Bylo by snad lépe mluvit o poněkud širší oblasti: na jedné straně o umělé inteligenci, na druhé straně o analýze dat (obsahující matematickou statistiku jako teorii) a pravděpodobnosti. Rovněž tak by asi bylo vhodné uvádět na pravou míru názvy jako umělá inteligence či expertní systémy. Například expertní systémy nazývají dajem, že musí rozhodovat dobře, tj. jako expert. Lépe je patrně mluvit o systémech pro podporu rozhodování založených na znalostech. Vidíme ale, že přesnější vymezení je dlouhé a proto bude lépe se držet nepřesnějšího, ale kratšího termínu. Navíc si nelibují v definicích vágňí pojmy a proto prosím čtenáče za prominutí, že vágňí a nepřesné pojmy nechám tak jak jsou a budu o nich psát.

Vztah mezi umělou inteligencí a analýzou dat je dvojí:

A. Je možné uvažovat o využití technik umělé inteligence při analýze dat, zejména při jejím třízení.

B. Je možné uvažovat o získávání znalostí nutných ke konstrukci expertních systémů pomocí analýzy dat.

V souvislosti s bodem B je však možné uvažovat ještě třetí oblast:

C. Je možné pohlížet na vnitřní mechanismy expertních systémů z hlediska teorie pravděpodobnosti.

Tento pohled je logický, uvažujeme-li o znalostech získaných analýzou dat; v jiných případech může být spornější. Protože však je tomuto pohledu v poslední době věnována velká pozornost jak ve světě, tak u nás, budeme se mu zde zevrubněji věnovat (v části II).

V části I budeme stručně uvažovat o bodech A a B, část III bude pak věnována dalším perspektivám.

## I. P R A X E

Rozvoj výpočetní techniky a odpovídajícího programového vybavení přinesl netušené možnosti pro statistickou analýzu dat. V rukou laiků pak nejen netušené, ale i nezamýšlené možnosti. Naštěstí zpravidla dokáží laici využívat a zneužívat jen nepatrnu část možností obsažených ve statistickém programovém vybavení.

Není proto divu, že situaci, kdy začaly mezi odborníky v počítačové statistice pronikat zvěsti o technikách umělé inteligence, vznikl na mnoha místech nezávisle na sobě nápad použít tyto techniky pro podporu či třízení programů statistické analýzy dat (Nelder, 1978, Hájek a Havránek, 1978). Oblast, o kterou jde se zdá být vhodná pro použití technik umělé inteligence:

- pro mnoho metod analýzy dat není zatím odpovídající teorie, která by vymezovala jednoznačně oblast jejich použití (Shluková analýza) a je nutné se opřít o

o expertní znalosti;

- pro metody, které mají vhodnou teorii, týkající za jakých podmínek je správně používat, je zpravidla věcí expertsa rozhodnout, zda tyto podmínky nastaly;
- implementace výsledků je silně závislá na předchozích okolnostech.

Můžeme si tedy klást následující cíle:

- (i) pomáhat uživateli při formulaci jeho problému, na který hledá pomocí analýzy dat odpověď;
- (ii) pomocí mu zvolit vhodné metody, odpovídající programy a jejich parametry;
- (iii) pomocí při interpretaci výsledků.

Přičemž dále by bylo vhodné:

- (iv) použít v (i) - (iii) zpětné vazby z předchozích kroků analýzy dat;
- (v) celý iterovaný postup analýzy dat automatizovat.

Body (i) - (iv) se týkají toho, co obvykle chápeme pod pojmem expertní systém, bod (v) to již přesahuje. Hned na počátku nechyběly ambiciózní projekty; např.

Hájek a Havránek (1978, 1982) navrhovali realizovat rovnou (v) pro určitý typ dat a metod - je zřejmé, že tato snaha byla předčasná. Jako u jiných projektů došlo víceméně postupně k realizaci pouze bodu (ii) s ohledem na používané programové vybavení (Hájek a Ivánek, 1982, Hájek a Havránek, 1985, Havránek a Soudský, 1985). Teprve v poslední odbě se opět vynořuje možnost celý projekt realizovat (Jirků, 1988) vzhledem k pokroku v potřebném počítačovém okolí. Body (i) - (iii) byly v různé míře realizovány i v jiných projektech, např. (Berzuini, Ross a Larizza, 1986), (Carlsen a Heuch, 1986) a (Pregon a Gale, 1984); v pokročilejších stádiích se používá i (iv).

Z praktického hlediska jde ale zatím o experimenty, takže Streitberg (1988) může celkem oprávněně tvrdit, že "zatím, přes pokračující práci, systémy založené na znalostech, tzv. expertní systémy (v libovolném smyslu slova "expert"), neexistují. Jsou zrovna tak reálné, jako číslovky nové šaty" a doporučovat konstruovat neexpertní systémy, ale "less stupid systems", což sice není tak reklamní název, ale reálnější (podrobněji viz (Havránek, 1986b)).

Z hlediska dalšího vývoje je však nutné výzkum v oblasti expertních systémů provádět dále; je zřejmé, že bez podobné podpory lze jen ztěží perspektivně zhodnotit velké množství dat, které s rozvojem výpočetní a informační techniky máme čím dál tím více k dispozici. Problém v uplatnění expertních systémů v analýze dat je dvojí: Jednak jde o otázky zatím malé výkonnosti vlastních expertních systémů (viz též část II), jednak jde o problém zpětné vazby (iv). Problém zpětné vazby je počítačově náročný: Je nutné spojovat řízení (vyžadující určitý typ jazyka) s výkonným numerickým počítáním (vyžadujícím jiný typ jazyka) a ukládáním dat, mezi výsledků (v numerické i symbolické formě) a znalostí.

Přitom by bylo vhodné zapojit i učení expertního systému na datech. To však již souvisí i se snahami získávat znalosti pro expertní systém z dat; viz např. (Ivánek a Stejskal, 1988a,b), (Havránek, 1987, 1988a) a (Havránek a Kouba, 1988). Důsledné uplatnění téhoto snah vede ke konstrukci jiných odvozovacích mechanismů v expertních systémech, o kterých bude řeč v části II.2.

Celkově můžeme uzavřít, že v praxi je zatím snaha cosi konstruovat a experimentovat s tím. "To" má však velké teoretické problémy, o kterých bude dále řeč.

## II. TEORIE

Expertní znalosti obvykle obsahují určitý stupeň neurčitosti: výrazy typu "bylo by asi vhodné použít ...", "nejsou dostatečné důvody, abychom nepoužili ..." atd. jsou jistě běžné. V expertních systémech musíme s touto neurčitostí nějak pracovat.

Podle způsobu práce s neurčitostí budeme zde rozlišovat (vágně) dva typy expertních systémů, resp. prázdných expertních systémů: pravidlově orientované diagnostické systémy a pravděpodobnostní diagnostické systémy. Diagnostické systémy je nutné chápát tak, že jde o systémy pracující v podmínkách, kdy máme dán pevný daný počet možných rozhodnutí (diagnóz).

### II.1. Pravidlově orientované diagnostické systémy

Praotcem všech těchto systémů je MYCIN (Shortliffe, 1976). Systém se skládá z báze znalostí nepresentovaných pomocí pravidel a inferenčního stroje, který v konkrétní situaci (např. na základě odpovědí uživatele má určité otázky) ohodnotí možná řešení (cíle).

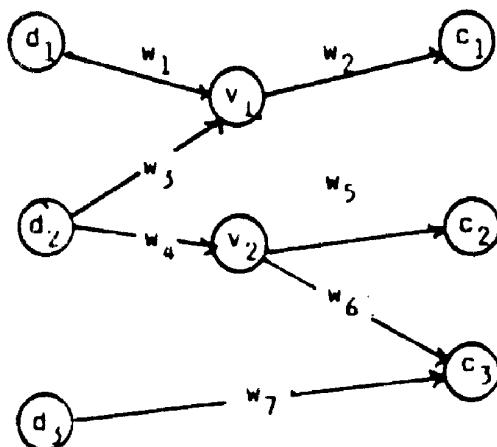
Pravidla jsou v jednoduchém případě tvaru

„estliže (výrok 1) pak (výrok 2) s vahou ( $w$ ), resp. symbolicky výrok 1  $\Rightarrow$  výrok 2 ( $w$ ).“

Pro váhu se používá obvykle škála od -1 do +1, přičemž -1 znamená ne, +1 znamená ano a 0 znamená nevím. V souvislosti s pravděpodobnostními úvahami se používá škála resp. interval  $<0,1>$ , kde 1/2 odpovídá "nevím". Váha  $w$  v pravidle se interpretuje takto: jestliže platí výrok 1, pak většíme v platnosti výroku 2 se stupněm větší  $w$ .

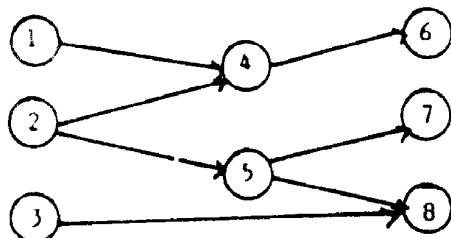
Báze znalostí, které se vyskytuje pouze na levé straně pravidel jsou dotazy, výroky, které se vyskytuje pouze na pravé straně pravidel jsou cíle. Ostatní výsledky jsou mezilehlé.

Bázi znalostí si můžeme představovat jako orientovaný graf:



odpovídá pravidlům  $d_1 \Rightarrow v_1(w_1)$ ,  $d_2 \Rightarrow v_2(w_4)$ ,  $d_2 \Rightarrow v_1(w_3)$ ,  $d_3 \Rightarrow c_3(w_7)$ ,  $v_1 \Rightarrow c_1(w_2)$ ,  $v_2 \Rightarrow c_2(w_5)$ ,  $v_2 \Rightarrow c_3(w_6)$ . Pro vyloučení problémů s vyhodnocováním se obvykle požaduje, aby graf byl acyklický.

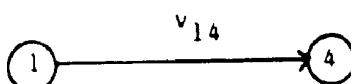
Jak pracuje inferenční stroj? Zapomeňme na výroky a podívejme se na graf



Uzly budeme interpretovat jako **OR** uzly, tj. k platnosti stačí platnost alespoň jednoho předchůdce. Chceme-li zjistit, zda "platí" uzly 6-8, můžeme použít zpětného řešení:

podíváme se na jejich předchůdce, jsou-li to "dotazy" musíme zjistit platnost těchto předchůdců dotazem na uživatele, jsou-li to mezilehlé uzly, pokračujeme rekursivně. Takový mechanismus lze napt. snadno realizovat v jazyce PROLOG. Zatím jsem tedy vlastně uvažoval pouze váhy 0 a 1 (pracujeme-li ve stupnici  $\langle 0,1 \rangle$ ).

Vráťme se zpět k vahám. Předpokládejme, že potřebujeme použít ve zpětném řešení pravidlo



přičemž zjistíme, že uzel 1 má již stupeň větení a. Jak zjistíme z a a  $v_{14}$  stupeň větení uzlu 4? Je nutné vypočítat příspěvek pravidla pomocí funkce CTR(a,v).

Příkladem takové funkce je funkce použitá v systému MYCIN:

$$CTR(a,v) = \begin{cases} \min(a,v), & \text{je-li } a \geq 1/2, v \geq 1/2, \\ 1/2 - \min(a,1/2-v), & \text{je-li } a \geq 1/2, v < 1/2, \\ 1/2, & \text{je-li } a < 1/2. \end{cases}$$

Pravděpodobnostní pohled by nám zde patrně vedl k následující úvaze. Máme pravidlo



$P(S|A)$  a počítáme

$$P(S) = P(S|A) \cdot P(A)$$

↑                      ↑  
v                      a

Dostáváme tedy funkci  $CTR(a,v) = a \cdot v$ .

Další otázkou je jak postupovat, když k jednomu uzlu vede více hran od předchůdce:



Je-li  $c_1$  nebo  $c_2$  rovné 1, použijeme OR a víme, že uzel 4 platí (s vahou 1). V jiných případech musíme váhu (stupeň větení) uzlu 4 vypočítat. V obvyklých systémech řeží se používá kombinanční funkce

$$GLOB(c_1, c_2) = c_1 \oplus c_2,$$

napt. (Duda et al., 1976)  $c = GLOB(c_1, c_2)$  může být definováno vztahem

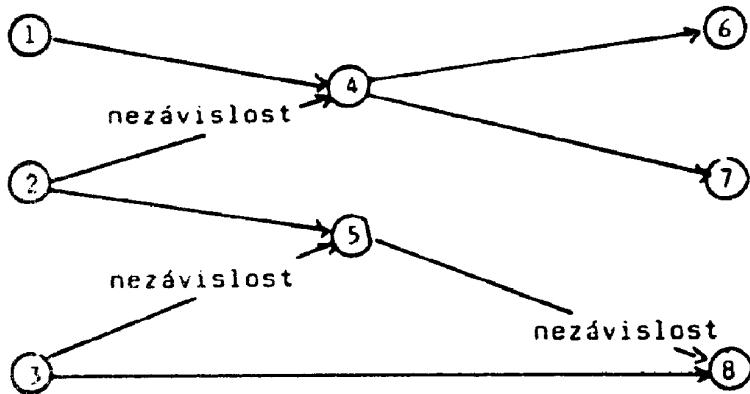
$$\frac{c}{1-c} = \frac{c_1}{1-c_1} \cdot \frac{c_2}{1-c_2} \quad (1)$$

(Jde o součin šancí - odds). Hájek (1985) ukázal, že  $\oplus$  pro všechny obvykle používané funkce je možné chápat jako grupovou operaci v abelovské uspořádané grupě a že všechny takové operace jsou izomorfní s (1). O něco málo přesněji, je-li  $\langle (0,1), \oplus \rangle$ ,

§] abelovská uspořádaná grupa a  $\oplus$  její izomorfismus s aditivní grupou reálných čísel, pak  $c_1 \oplus c_2 = f^{-1}(f(c_1) + f(c_2))$ . tj. kombinanční funkce je jen jedna až na izomorfismus. v systému EQUANT (Hájek a Hájková, 1984, Havránek, 1986 a Hájek, Hájková a Havránek, 1988) je použito deset možných voleb funkce  $f$ . Je si nutné uvědomit, že různé volby  $f$  mohou vést při stejných odpovědech na otázky k významnému uspořádání úlů (podle vypočtených stupňů věření). Praktické experimenty viz (Havránek a Soudský, 1988). Praktické výsledky s různými funkcemi tedy mohou být různé, ale důsledkem Hájkovy teorie je, že následující kritika se vztahuje na všechny funkce či kombinanční operace  $\oplus$ :

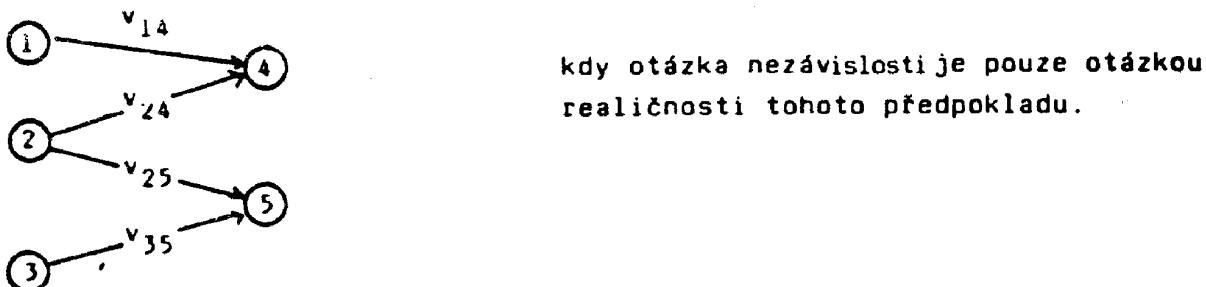
Podíváme-li se na (1) z pravděpodobnostního hlediska, vidíme, že je zde použit předpoklad podmíněné nezávislosti 1 a 2 za podmínky 4. Znamená to, že všechny tyto způsoby kombinování vah, které počítají výslednou váhu pouze z příspěvků pravidel  $c_1$  a  $c_2$ , používají jistého předpokladu nezávislosti předchozích uzel; to je ovšem dosti silná podmínka.

Podívejme se zpět na graf:



v případě otázek tj. ① a ② resp. ② a ③ je možné bez problémů teoreticky podmíněnou nezávislost uvažovat. Je to však realistické? V případě, že jde o mezilehlý uzel, tj. ⑤ a ⑥ je to i teoreticky problematické.

Hlubší analýza důsledků tohoto přístupu vyžadujícího podmíněnou nezávislost byla provedena u "jednopatrových" sítí:



Zde máme pravidla  $1 \Rightarrow 4$  ( $v_{14}$ ),  $2 \Rightarrow 4$  ( $v_{24}$ ),  $2 \Rightarrow 5$  ( $v_{25}$ ) a  $3 \Rightarrow 5$  ( $v_{35}$ ). Při odpověďích např. 0,  $1/2$  a 1 bychom mohli váhy cílů ④ a ⑤ bez problémů počítat:

①	②	③	④	⑤
1	$1/2$	0	$v_{14} \oplus 1/2 \oplus v_{24}$	$1/2 \oplus v_{25}$
1	1	1	$v_{14} \oplus v_{24}$	$v_{25} \oplus v_{35}$

atd.

Situace je obvykle u analyzovaných jednopatrových sítí složitější, ale s vysší "vyjadřovací schopností":

$$\begin{aligned}
 1 \& 2 &\Rightarrow 4 \quad (v_4/1 \& 2), \\
 1 \& 2 &\Rightarrow 4 \quad (v_4/1 \& 2), \\
 2 &\Rightarrow 4 \quad (v_{4/2}), \\
 2 &\Rightarrow 5 \quad (v_{5/2}) \\
 1 \& 2 &\Rightarrow 5 \quad (v_5/1 \& 2) \\
 3 &\Rightarrow 5 \quad (v_{5/3}).
 \end{aligned}$$

pravděpodobnostně :

máme zde různé podmíněné pravděpodobnosti

Taková jednopatrová síť je pravděpodobně přirozené vyjádření znalostí z hlediska experta. Pro vyhodnocování konjunkce a negace se používají z pravděpodobnostního hlediska více či méně pochybné funkce  $\min(a_1, a_2)$  a  $1-a$ . Pravděpodobnostní  $a_1 \cdot a_2$  by odpovídalo předpokladu nezávislosti v konjunkci. Praktický problém spočívá v tom, že uživatel se zpravidla nevyjadruje k platnosti (pravděpodobnosti)  $1 \& 2$ , ale k jednotlivým otázkám 1 a 2 zvlášť. Pomneme-li tento problém, pak při použití dvoubodovací skály 0 a 1 zde není problém v levých stranách, ale problém v kombinování. Představme si bázi znalostí:

$$\begin{aligned}
 1 \& 2 &\cong 4 \quad \text{s vahou } P(4/1 \& 2) = v_{12} \\
 1 &\Rightarrow 4 \quad \text{s vahou } P(4/1) = v_1 \\
 2 &\Rightarrow 4 \quad \text{s vahou } P(4/2) = v_2.
 \end{aligned}$$

Je-li odpověď na otázky 1 a 2 dána hodnotami  $[0,0]$ ,  $[1,0]$  nebo  $[0,1]$  žádný problém nenastává. Je-li však  $[1,1]$ , počítáme výslednou váhu jako  $v_1 \oplus v_2 \oplus v_{12}$ , což je při nenurových vahách různé od  $P(4/1 \& 2)$  a neodpovídá tomu, co měl expert na mysli. Tento problém se dá obecně řešit změnou  $v_{12}$  (Hájek, 1984), ale za cenu toho, že  $v_{12} = P(4/1 \& 2)$ ; ztrácí se tak přímá interpretace vah. Jde pak o určité skládání podmíněných pravděpodobností a "opravných" faktorů. Předpoklady podmíněné nezávislosti zůstávají, ale jsou zde navíc ovšem podkonjunkce (např. 1 a  $1 \& 2$ ).

Podrobnější, ale stále částečná analýza z pravděpodobnostního hlediska je obsažena v pracích (Hájek, 1984), (Hájek a Havránek, 1987), (Peréz, 1988) a (Hájek, 1988). Důvody proč je nutné tuto analýzu provést jsou dvojí: Jednak jsou systémy tohoto typu zatím jediné reálně pracující a bylo by vhodné vědět, co vlastně přesně dělají, jednak se zdá, že získávání znalostí od expertů ve formě pravidel je opět zatím jediný prakticky používaný způsob.

Další vývoj v této oblasti směřuje k systémům, které používají ohodnocení uzlů pouze ke komparativním účelům (Hájek a Valdés, 1987), či pracují zcela nenumericky. Otázka, nakolik jsou tyto pracující systémy schopny komparativně modelovat chování pravděpodobnostních systémů diskutovaných dále, je otevřená (Hájek, 1988).

## II.2. Pravděpodobnostní diagnostické systémy

Z pravděpodobnostního hlediska je věc jasná. Uvažujme případ, kdy uživatel odpovídá na dotazy ne, nevím, ano. Množina výroků /uzlů/ budiž  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ . Necht  $P_A$  je sdružené rozložení nad A (s každým výrokem máme spojenou U-1 náh.-veličinu. Necht  $P_B$  je marginální rozložení pro  $B \subseteq A$ . Znalost je znalost  $P_A$ . Necht nyní máme odpovědi ne-ano od uživatele na otázky z množiny  $D \subseteq A$  a chceme slobodnit cíle  $C \subseteq A$  ( $D \cap C = \emptyset$ ). Vypočteme  $P_{D \cup C}$  a z ní  $P_C/D$  a vše je hotovo.

Je zde ovšem malý praktický problém:  $n = 100$  a tedy (1) kde uchováme  $2^{100}$  -  $-1 = 1,26 \cdot 10^{30}$  hodnot a (2) kdo nám dá  $P_A$ ?

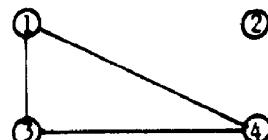
Je tedy nutné (1) používat z jednodušující předpoklady (např. nezávislost) a (2) žádat, aby nám experti dali určité (malé) marginální pravděpodobnosti, tj. např. pro uzly 1, 2, 3, 4 a 5  $P_A^{1,2,3,4,5}$  - 1 hodnot pravděpodobnosti (ne jen  $P(4|1 \& 2)$  a  $P(4|1 \& 2 \& 3)$  atd.). Otázka je zda toto vyhovuje expertům. Pro znalosti získané z dat je to někdy rozumné (za předpokladu dostatečných rozsahů datových souborů).

Máme-li některé marginální pravděpodobnosti, pak z nich zkonstruujeme nějakou odpovídající sdruženou pravděpodobnost  $P_A$ . Je možné zde uvažovat, aby byla v určitém smyslu optimální (Peréz, 1983, 1984). Odhadujeme-li marginální pravděpodobnosti z jednoho datového souboru, máme alespoň zaručeno, že nějaká taková asdruze-ná pravděpodobnost existuje. Máme-li pravděpodobnosti od expertů, nevíme obecně ani to.

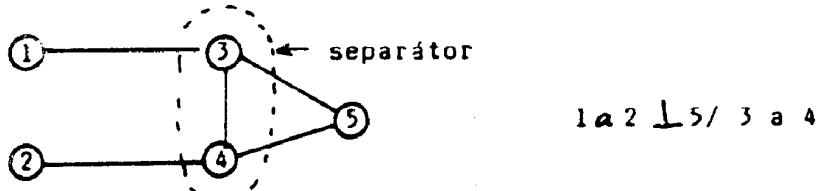
Je tedy nutné určité omezení na třídu rozložení, ze které (optimální)  $P_A$  hledáme. Zde je souvislost s tím, co již bylo několikrát na ROBUSTech probíráno: použijeme grafové, resp. rozložitelné modely, obsahující kliky do určité velikosti. Grafové modely jsou tedy např. definovány takto: i  $\wedge$  j/ ostatní budiž podmíněná nezávislost uzlů i a j podmíněně ostatními. Konjunkce podmínek tohoto typu vymezuje třídu rozložení - grafový model, který můžeme popsat grafem, ve kterém vynescháme právě hrany spojující uzly, kterých se týkají podmínky:

1  $\perp$  2 / ...  
2  $\perp$  4 / ...  
3  $\perp$  2 / ...

$\rightarrow$



V grafovém modelu pak platí, že jsou-li nějaké uzly separovány, jsou podmíněně nezávislé:



Zopakujme ještě, že klika je maximální úplný podgraf.

Peréz a Jiroušek (1985a,b, 1987) zvolili zhruba následující cestu:

Předpokládejme, že pro podmnožiny  $B_1, \dots, B_k$  máme dány marginální rozložení pravděpodobností (a že tato rozložení jsou konsistentní). K tomuto systému je určena třída rozložitelných modelů (sdružených pravděpodobností); viz např. (Peréz a Jiroušek, 1985). V této třídě najdeme rozložení  $P_A^*$ , které maximalizuje relativní entropii, resp. minimalizuje Kulback-Lieblerovu divergenci od neznámé distribuce  $P_A$  (s marginály  $P_{B_1}, \dots, P_{B_k}$ ). Tuto minimalizaci lze provést bez znalosti  $P_A$ . Navíc souvisí (viz Peréz, 1984, Jiroušek a Peréz, 1987) s hledáním barycentra třídy rozložení, které je optimální approximací, uvažujeme-li minimaxový přístup k rozhodování.

Poznamenejme, že optimální vybraná approximace nemusí nutně využívat všechna  $P_{B_1}, \dots, P_{B_k}$  a že pro ta  $P_{B_j}$ , která nejsou použita, může dát jinou marginální distribuci. Pro maximálně dvourozměrní marginální rozložení lze tuto optimální approximaci efektivně nalezt. Pro marginály větších rozměrů je navržen heuristický algoritmus (Peréz a Jiroušek, 1985) resp. efektivní postup pro speciální případy (Jiroušek a Peréz, 1987), i když aplikovatelný z hlediska vypočetového na malá marginální rozložení (fekneme maximálně pěti až sedmirozměrná).

V postupu se využívá známý IPF (iterative proportional fitting algoritmus). Pro dané marginály  $P_{B_1}, \dots, P_{B_k}$  dává IPF approximaci  $P_A^{IPF}$ , která minimalizuje Kulback-Leiblerovu divergenci od  $P_A$  a má shodné marginály s  $P_{B_1}, \dots, P_{B_k}$ . Celkově pro  $n = 10$  se ovšem nedá použít.

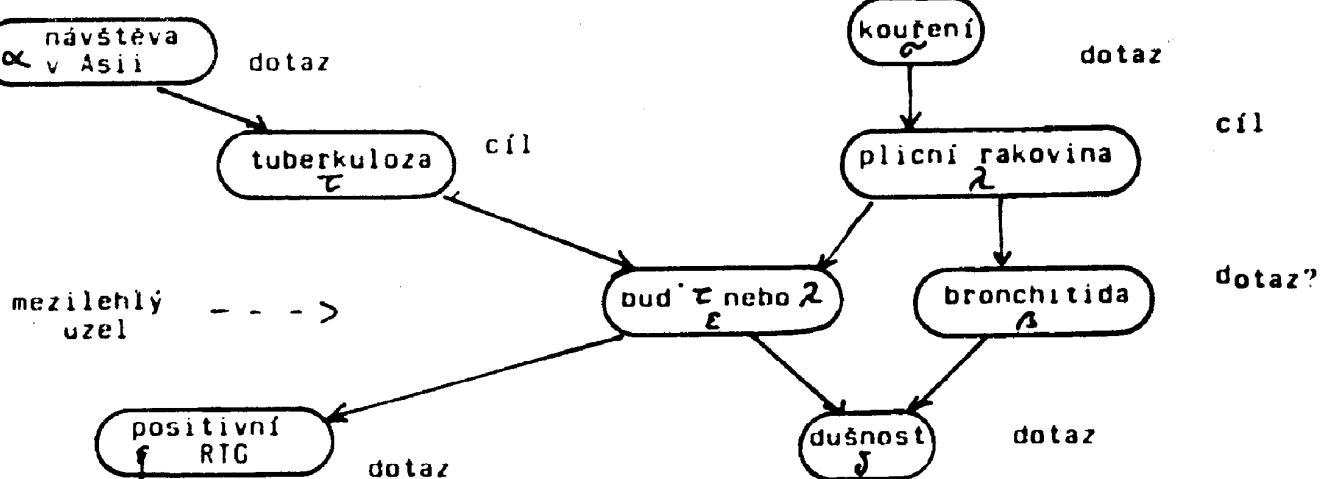
Navržený heuristický postup je tento: Předpokládejme, že máme dán graf  $(G, V)$  a že ke každé klici máme dánou marginální distribuci. Není-li pro některou kliku dáná, tj. jsou dány jen marginální distribuce pro její podgrafy (např. hrany), vypočteme pro marginální distribuci na klici její IPF approximaci (tím je dána maximální velikost uvažovaných klic). Při dalším postupu se pak graf triangulizuje postupným přidáváním a ubíráním hran; přitom se upravují rozložení odpovídající klicám (v některých případech pomocí IPF), tak aby rostla relativní entropie. Výsledný triangulovaný graf odpovídá rozložitelnému modelu a odpovídající rozložení je approximací  $P_A^T$  (nevíme ovšem obecně jak dobrou) tj. approximací nejlepší approximace ve třídě rozložitelných modelů (k optimalitě řešení pro speciální případy viz (Jiroušek a Peréz, 1988)). Tento postup vlastně konstruuje bázi znalostí, se kterou se pak pracuje při vlastní konzultaci; při vlastní konzultaci je třeba konstruovat podmíněné pravděpodobnosti z této báze znalostí, která vlastně obsahuje klicky grafu a marginální rozložení na nich. Opět jde o netriviální záležitost (viz Jiroušek a Peréz, 1987). Celý systém je ve stádiu experimentů.

Shrneme, že celý přístup je založen na neorientovaných grafech a v podstatě nestruktuované znalosti; podstatné jsou marginální rozložení zadávaní expertem a odhadované z dat. Zdá se, že expert nezádává graf, resp. že informace o tom, že některá hrana v grafu chybí (strukturální informace není chápána striktně jako odpovídající podmíněna nezávileost).

To co v marginálech resp. grafu není, je chápáno pouze jako chybějící informace (expert se o tom nevyslovil).

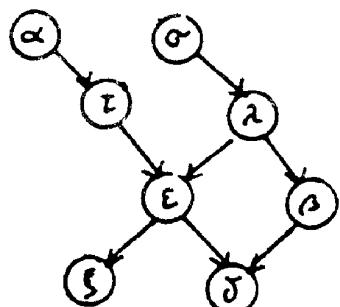
Pravděpodobnostní, ale jiný přístup zvolili Lauritzen a Spiegelhalter (1988). Vstupní informace od experta jsou zde podmíněné pravděpodobnostní tabulky (ale vlastně i graf). Zadává se tedy strukturní i pravděpodobnostní informace; viz příklad.

Graf může např. vypadat takto:



Máme zde tedy od experta orientovaný graf (jak v části II.1), ale šipky označují možné příčiny (ne směr pravidel pro rozhodování). K této síti dává expert podmíněné rozložení (ne jen jednotlivé podmíněné pravděpodobnosti jako v II.1.).

Expert tedy zadává:



a

$$\begin{aligned}
 & P(\alpha), P(\neg\alpha), P(\tau/\alpha) \\
 & P(\sigma), P(\neg\sigma), P(\rho/\sigma) \\
 & P(\tau/\sigma), P(\rho/\neg\sigma), \\
 & P(e/\tau, \rho) = 1, \\
 & P(e/\tau, \neg\rho) = 1 \quad \} \text{ logický OR uzel} \\
 & P(e/\neg\tau, \rho) = 1 \\
 & P(e/\neg\tau, \neg\rho) = 0 \\
 & P(w/e), P(w/\neg e), \\
 & P(d/e, b), P(d/\neg e, b), \\
 & P(d/\neg e, \neg b), P(d/\neg e, \neg b) .
 \end{aligned}$$

Kde a chápeme jako pozitivní odpověď na  $\neg$ , atd.

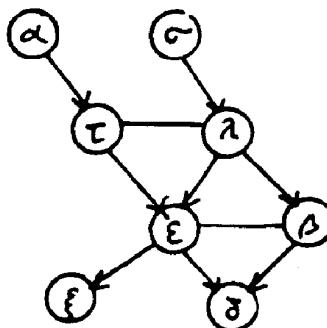
Chybějící hrany se berou vážně, jak je podmíněná nezávislost. Sdružené rozložení je pak jednoznačně dáno jako

$$P(\neg\alpha) P(\tau/\alpha) P(\neg\sigma/\alpha) P(\epsilon/\tau, \rho) P(\delta/\epsilon, \beta) P(\rho/\sigma) P(\beta/\neg\sigma) P(\neg\sigma).$$

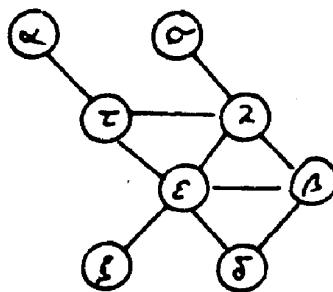
Vyhovuje to expertům? Poznamenejme, že zde nejsou problémy s konsistencí pravděpodobnosti a že některé z nich mohou být výsledkem statistické analýzy (různých) datových souborů, jiné mohou být subjektivními pravděpodobnostmi experta.

Pro počítání resp. konzultování je nutné vytvořit jiné vnitřní reprezentace. Pro tuto reprezentaci se graf upravuje:

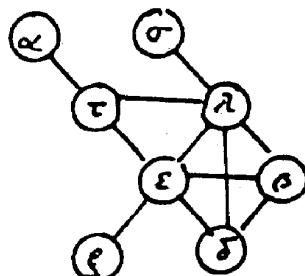
1) moralizací (sňatky rodičů) dostáváme



2) odstraněním orientace dostáváme



3) triangulacií dostáváme



Poznamenejme, že triangulace není dána jednoznačně. Ideální by bylo mít triangulovaný graf s nejmenším počtem hran (a tedy nejméně pravděpodobnosti), ale hledání takového grafu je NP-úplný problém. Proto se hledá "celkem rozumná" triangulace algoritmem pracujícím v čase  $\Theta(n+e)$ , kde  $n$  je počet uzlů a  $e$  počet hran.

Důležité je si uvědomit, že pro každou kliku výše uvedených grafů nám původní reprezentaci podmíněnými pravděpodobnostními tabulkami dává jednoznačně sdruženou distribuci (tak jako ji dávala pro celý graf). Lauritzen a Spiegelhalter (1980) po-dávají čtyři možné lokální reprezentace sdružené pravděpodobnosti, tj. podmíněné pravděpodobnostní tabulky, potenciály, marginální rozložení na klikách a reprezen-taci posloupnosti množin uzlů. Různé reprezentace jsou vhodné pro různé výpočty, kte-re je nutné s bází znalostí provádět. Lauritzen a Spiegelhalter provádějí přechody mezi reprezentacemi a analyzují jejich složitost; analyzují i výpočetní složitost konzultací. Jako příklad, kdy jejich postup byl využit, uvádějí bázi znalostí s 25 uzly, ale uzly mohou být vícehodnotové (v příkladě jeden uzel má 8 možných hod-not).

### III. PERSPEKTIVY

Z předchozího výkladu je jisté ztejmé, že problematika expertních systémů je problematikou dosud zcela otevřenou, která je zajímavá a má svou hloubku. Nejde te-dy jen o módní vlnu; tato módní vlna dnes již ostatně poněkud upadá ve prospěch dalších (např. problematika neuropočítaců).

Jaké jsou okruhy problémů, které je třeba řešit?

Podstatná je otázka získávání znalostí. Způsobu získávání znalostí pak do velké míry odpovídá i jejich vnitřní reprezentace. Ze statistického hlediska je podstatné, že všechny zmíněné reprezentace pracovaly s bodovými odhady pravděpodobnostní, tj. nebraly v úvahu nepřesnost této odhadu (nebo vágnost pravděpodobnosti vůbec - nebudem zde diskutovat případný aspekt objektivní existence nebo neexistence této pravděpodobnosti).

Možnost používat intervalové odhady je teoreticky jasné pro barycentrický přístup (Peréz, 1984); jde jen o jiné vymezení třídy pravděpodobnostních rozložení, se kte-řimi pracujeme. Z praktického hlediska je ovšem zatím zcela nezládnuto.

Pro pravidlově orientované systémy byly intervaly pro neurčitosti uvažovány Dempsterem a Shafferem; kombinují se pak tyto intervaly  $\langle a,b \rangle \otimes \langle c,d \rangle$ . Tento přístup byl podrobně analyzován Hájkem a Valdésem (1987); viz též z interpretačního hlediska (Havránek 1988c,d).

Vše je poměrně (teoreticky) jasné z hlediska pravděpodobnostního přístupu v pří-padě znalostí generované z dat pokud jde o danou strukturu a do ní dosazované odha-dy pravděpodobnosti. Pokud jde o konstrukci struktury z dat, je situace složitější; data mohou podporovat různé struktury (Edwards a Havránek, 1987), mezi kterými se musíme rozhodovat.

Situace je ještě složitější, pokud struktura i její numerické ohodnocení je dáno expertem (experty). Zde by pravděpodobně byly na místě přístupy komparativní, ke kterým směřují Hájek a Valdés (1987) i Jiroušek (1988). Všechny tyto přístupy jsou však dosud natolik ovlivněny numerickými přístupy, že např. předpokládají, že vý-sledkem konzultace musí být lineární uspořádání uzlů. Víme ale, že v běžném rozhodo-vání jsme často schopni dávat pouze částečné uspořádání cílů, tzn. bylo by asi vhodné zkoumat komparativní subjektivní pravděpodobnosti, ale bez obvyklého předpo-kladu srovnatelnosti všech jevů.

Další otevřenou otázkou je učení; je možné předpokládat, že by se expertní systém mohl na prováděných konzultacích učit (tj. zpracovával by informaci obsaženou v záznamech o konzultacích). Vzhledem k tomu, že víceméně jde vždy o grafovou struktu-

tu s ohodnocenými hranami (hyperhranami) a uzly bylo by možné zde uvažovat o využití netradičních (a dnes módních) neurosítí a neuropočítačů, realizovaných zatím pomocí tradičních architektur „početních prostředků, ale v budoucnu používajících nových vhodně strukturovaných a distribuovaných architektur. Zde by mohla být cesta ke zvládnutí i velmi složitých bází znalostí z hlediska jejich modifikace a učení. Ostatně tyto techniky byly již v analýze dat použity (Adorf a Murtagh, 1988).

Další otázkou je reálna rychlosť konzultací. Vzhledem ke grafovým strukturám znalostí se zde opět nabízí možnost zkoumat, zatím simulované, použití paralelních a distribuovaných architektur. Z hlediska PROLOGu o tom pochopitelně bylo již ze-vrubně uvažováno v projektu počítačů páté generace; situace se však jeví ještě složitější (struktura + ne všechny zcela lokální numerické informace nad ní).

Poslední otázkou je složitost bází znalostí; zde je nutné perspektivně uvažovat o hierarchickém systému bází znalostí, využívaném při konzultacích případně inferenčními mechanismy různého typu podle typu jednotlivých bází. Cíle jedné báze se mohou jevit dotazy báze hierarchicky vyšší; první báze tedy slouží druhé při vyhodnocování jejich cílů (viz Havránek a Kouba, 1988). Pro konstrukci rozsáhlých integrovaných informačních systémů, které by adekvátně využívaly data, jejich analýzu a apriorní i získané znalosti, bude nutné výše uvedené problémy řešit.

Jde tedy o rozsáhlou problematiku z pomezí několika různých oborů, mezi nimiž analýza dat resp. statistika zaujímá velmi důležité místo.

#### LITERATURA

- M.M. Adorf, F. Murtagh (1988): Clustering Based on neural network processing, . COMPSTAT 88, Physica-Verlag.
- S. Asmussen, D. Edwards (1983): Collapsibility and response variables in contingen-cy tables, Biometrika 70, 567-578.
- G. Berzuini, G. Ross, C. Larizza (1986): Developing intelligent software for non-linear model fitting as an expert system, COMPSTAT 86, Physica-Verlag, Wien, 259-264.
- F. Carlsen, I. Heuch (1986): EXPRESS-an expert system utilizing standard statisti-cal packages, COMPSTAT 86, Physica-Verlag, Wien, 265-270.
- R. Duda, P. Hart, N.J. Nilsson (1976): Subjective Bayesian Methods for rule based inference systems, SRI, TR 124, Stanford.
- D. Edwards, T. Havránek (1987): A fast model selection procedure for large fami-lies of models, JASA 82, 205-213.
- M. Frydenberg (1988): Marginalization and collapsibility in graphical association models, res.rep. 166, Dept. of Theor.Statist., University of Aarhus.
- W. Gale (ed), (1986): Artificial Intelligence and Statistics Addison-Wesley, Reading.
- P. Hájek (1984): Combining functions in consulting systems and dependence of pre-misses-a remark Artificial Intelligence and Information-Control Systems of Robots, North-Holland, 163-166.
- P. Hájek (1985): Combining functions for certainty degrees in consulting systems, Int.J.Man-Machine Studies 22, 59-76.

- P. Hájek (1988): Towards a probabilistic analysis of MYCIN-like expert systems, COMPSTAT 88, Physica-Verlag, Wien.
- P. Hájek, T. Havránek (1978): Projekt GUHA-80, GN-145, MSBÚ ČSAV, Praha.
- P. Hájek, T. Havránek (1982): GUHA-80 - an application of artificial intelligence to data analysis. Comput. and Artif. Intell. 1, 107-134.
- P. Hájek, T. Havránek (1985): Automatická tvorba hypotéz - mezi analýzou dat a umělou inteligencí, Metody umělé inteligence a expertní systémy II, CSVTS FEL ČVUT, Praha, 84-98.
- P. Hájek, T. Havránek (1987): A note on the independence assumption underlying subjective bayessions updating. Artificial Intelligence and Information-Control Systems of Robots, North-Holland.
- P. Hájek, M. Hájková (1984): The consulting system EQUANT - brief description and user's manual, New enhancements in GUHA software, MÚ ČSAV, Praha, 3-21.
- P. Hájek, M. Hájková, T. Havránek (1988): EQUANT 87, Aples, DČ CSVTS, České Budějovice, 20-26.
- P. Hájek, J. Ivánek (1982): Artificial intelligence and data analysis, COMPSTAT 82, Physica-Verlag, 54-60.
- P. Hájek, J. Valdés (1987): Algebraic foundations of uncertainty processing in rule-based expert systems, res.rep. 28/1987, MÚ ČSAV, Praha.
- T. Havránek (1986): Úvod do používání expertního systému EQUANT, V-218, SVT ČSAV, Praha.
- T. Havránek (1987): On knowledge acquisition from statistical data in rule-based expert systems, Statistical Data Analysis, Varna (v tisku).
- T. Havránek (1988a): Model search methods for contingency tables and intensional expert systems, Transactions of the Xth Prague Cong. on Inf. Theory, Stat. Decision Funct. and Rand. Processes, Academia, Praha.
- T. Havránek (1988b): Expertní systémy ve statistické analýze dat. Aples, DČ CSVTS České Budějovice, 100-104.
- T. Havránek (1988c): An interpretation of Hájek-Valdés results on the Dempster's semigroup, AI '88, ÚISU Praha, 69-76.
- T. Havránek (1988d): Some notes to the Dempster-Hájek-Valdés treatment of uncertainty, Workshop on uncertainty processing in expert systems, UTIA ČSAV, Praha, 29 - 33.
- T. Havránek, Z. Kouba (1988): On the expert system EPROB, J. New Gener. Comput. Syst. 1, 87-96.
- D. Heckerman (1986): Probabilistic interpretations of MYCIN'S certainty factors, uncertainty in Artificial Intelligence, North-Holland, 167-196.
- M. Horáková (1988): Struktura závislostí dat. Práce ke kandidátskému minimu, SVT ČSAV, Praha.
- J. Ivánek, B. Stejskal (1988a): Aplikace systému expert-ease na observačních datech a porovnání se systémem ESOD, AI '88, ÚISK Praha, 125-132.
- J. Ivánek, B. Stejskal (1988b): Automatic acquisition of knowledge base from data. COMPSTAT 88, Physica-Verlag.
- P. Jirků (1988): An implementation of an EDA expert system in PROLOG. COMPSTAT 88, Physica-Verlag.

- P. Jirků (1988): An implementation of an EDA expert system in PROLOG. COMPSTAT 88, Physica-Verlag.
- R. Jiroušek (1988): Použití kombinatorické pravděpodobnosti v expertním systému. AI'88, ÚISK Praha, 85-92.
- R. Jiroušek, A. Pérez (1987): Rozvoj intenzionálního expertního systému INES. AI'88, ÚISK Praha, 93-102.
- R. Jiroušek, A. Perez (1988): A partial solution of the marginal problem. Trans. of the 10th Prague Cong. on Inf. Theory, Stat. Dec. Func. and Rand. Processes, Academia, Praha.
- S.L. Lauritzen (1982): Lectures on contingency tables, Aalborg University Press.
- S.L. Lauritzen, D.J. Spiegelhalter (1988): Local computations with probabilities on graphical structures and their application to expert systems, JSRR B 50.
- J.A. Nelder (1978): Intelligent programs, the next stage of statistical computing COMPSTAT '88, Physica-Verlag, Wien, 11-19.
- J. Pearl (1986): Fusion, propagation and structuring in belief networks, Artif. Intell. 29, 241-288.
- A. Pérez (1983): Pravděpodobnostní přístup k integraci částečných znalostí pro lékařské rozhodování. Souhrn přednášek I, I. celostátní sjezd biomedicinského intenýrství BMI 83, Mariánské Lázně.
- A. Pérez (1984): "Barycenter" of a set of probability measures and its application in statistical decisions. COMPSTAT 84, Physica-Verlag, Wien, 154-159.
- A. Pérez (1988): Extensional inference weight aggregation and probability intensional approach, AI'88, ÚISK Praha, 77-84.
- A. Pérez, R. Jiroušek (1985a): Základy budovaného intenzionálního expertního systému INES, Metody umělé inteligence a expertní systémy II, ČSVTS FEL ČVUT, Praha, 129-143.
- A. Pérez, R. Jiroušek (1985b): Constructing an intensional expert system INES. Medical Decision making: Diagnostic Strategies and Expert Systems, North-Holland, Amsterdam.
- D. Pregibon, W.A. Gale (1984): REX - an expert system for regression analysis. COMPSTAT 84, Physica-Verlag, Wien, 242-247.
- E.H. Shortliffe (1976): Computer-based medical consultations, Elsevier, New York.
- B. Streitberg (1988): On the nonexistence of expert systems-critical remarks on artificial Intelligence in statistics, Statistical Software Newsletter (v tisku).