Pan Guy Jumarie a relativistická kybernetika

Pan G. Jumarie z quebecké univerzity v Montreálu v Kanadě se původně zabýval zejména parciálními diferenciálními rovnicemi. Charakteristická je jeho orientace na zvláště obtížné problémy: stabilita, hyperstabilita a strukturální stabilita systémů s rozloženými parametry, nelineárních, s proměnnými koeficienty, s vysokou dimenzí, stochastických systémů, operační počet pro dvě proměnné a pro nestacionární situace, syntéza zvláště složitých systémů, teorie her. Tato tématika doznívá ještě i v jeho publikaci z r. 1979 o podmínkách hyperstability a střední hyperstability pro širokou třídu Gaussovských stochastických systémů. Již v r. 1971 však publikoval práci, která předznamenávala podstatnou změnu jeho zaměření, byla věnována obecné teorii systémů, problému samoorganizace. Přístup lze charakterizovat jako termodynamický, opírající se o toky entropie mezi systémem a jeho vnějším prostředím. Už zde zavádí p. Jumarie do úvah vliv pozorovatele pojmem relativní (vzhledem k pozorovateli) entropie. To, že by se z pojmu relativní mohl odvodit relativistický přístup k problémům obecné teorie systémů, se poprvé objevuje v pracech p. Jumarie v r. 1974. Pokusy o využití myšlenek Einsteinovy relativistické teorie pak charakterizují veškeré další publikace p. Jumarie. Vcelku s touto problematikou souvisí jeho 22 prací z období od r. 1971 do r. 1980, kde zatím končí naše literární rešerše. Pojem relativistická teorie informace se objevuje v názvu jeho práce z r. 1975, pojem relativistická kybernetika v názvu jeho knihy z r. 1980. Protože se nám zatím nepodařilo najít někoho jiného, kdo by publikoval práce tohoto zaměření, můžeme pro účely kapitoly stručně shrnující práce p. Jumarie přijmout poněkud samoúčelovou definici:

D1: "Relativistická kybernetika je to, o čem pojednávají články (a kniha) p. Jumarie".

Daleko od myšlenek p. Jumarie bychom se však asi nevzdálili, kdybychom přijali definici:

D2: "Relativistická kybernetika je kybernetika, respektující subjektivní neurčitost způsobenou pozorovatelem, příjemcem zprávy nebo signálu".

Připustíme-li však, že koncepce navržená p. Jumarie nemusí ještě být "tou pravou" relativistickou kybernetikou, zvolíme patrně ještě opatrnější definici:

D3: "Relativistická kybernetika je (kybernetické) zobecnění důsledků Einsteinovy relativistické mechaniky".

K těmto definicím bude třeba se vrátit v závěru této práce.

Stručný souhrn prací p. Jumarie o relativistické kybernetice

Dáno pravděpodobnostní pole

$$\alpha = \begin{bmatrix} A_1, & A_2, & \dots & A_n \\ p(A_1), & p(A_2), & \dots & p(A_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^\alpha \\ P^\alpha \end{bmatrix}$$

Neurčitost výsledků souboru experimentů popsaných polem α měříme pomocí entropie

$$H(\alpha) = -\sum_i^n p(A_i) \log p(A_i).$$

Druhé pravděpodobnostní pole

$$\beta = \begin{bmatrix} B_1, & B_2, & \dots & B_m \\ p(B_1), & p(B_2), & \dots & p(B_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^\beta \\ P^\beta \end{bmatrix},$$

popisující výsledky druhého souboru experimentů, umožňuje rozšířit pravděpodobnostní pole a zavést tak podmíněnou pravděpodobnost $p(B_j/A_i)$ a s její pomocí i podmíněnou entropii

$$H(\beta/A_i) = -\sum_j^m p(B_j/A_i) \log p(B_j/A_i),$$

jejíž střední hodnota

$$H(\beta/\alpha) = \sum_i^n p(A_i) H(\beta/A_i)$$

charakterizuje neurčitost "experimentu" β při daném α. Relativistický přístup p. Jumarie toto hodnocení neurčitosti (řekněme "objektivní" neurčitosti) obohacuje a ovšem i dále komplikuje uvážením subjektivní role pozorovatele R. Jeho neschopnost přesně identifikovat realizaci $A_i \in \omega^\alpha$ je charakterizována pravděpodobnostním polem

$$\begin{bmatrix} X_1, & X_2, & \dots \\ \mu(X_1), & \mu(X_2), & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_i^\alpha \\ M_i \end{bmatrix}$$

jemuž odpovídá neurčitost

$$h(A_i, R) = -\sum_{X_j \in \omega_i^\alpha} \mu_i(X_j) \log \mu_i(X_j),$$

jejíž střední hodnotu

$$h(\alpha, R) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i) h(A_i, R)$$

nazývá p. Jumarie <u>relativní entropií α</u> vzhledem k pozorovateli R. Pro veličinu

$$H_e(\alpha, R) = H(\alpha) + h(\alpha, R)$$

pak zavádí pojem <u>efektivní neurčitost</u>.
Neurčitost, s níž pozorovatel R identifikuje realizaci $B_j \in \omega^\beta$ při daném A_i, podmíněný výsledek experimentu jehož teoretickým modelem je pravděpodobnostní pole

$$\begin{bmatrix} Y_1, & Y_2, & \dots \\ \mu_j(Y_1/A_i), & \mu_j(Y_2/A_i), & \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_j^\beta \\ M_j^\beta \end{bmatrix},$$

pak je

$$h(B_j/A_i, R) = -\sum_{Y_r \in \omega_j^\beta} \mu_j^\beta(Y_r/A_i) \log \mu_j^\beta(Y_r/A_i),$$

odkud plyne pro celý experiment β

$$h(\beta/A_i, R) = \sum_{j=1}^{m} p(B_j/A_i) h(B_j/A_i, R)$$

a pro celou dvojici experimentů α, β tzv. <u>podmíněná relativní entropie</u>

$$h(\beta/\alpha, R) = \sum_{i=1}^{n} p(A_i) h(\beta/A_i, R).$$

Veličina

$$H_e(\beta/\alpha, R) = H(\beta/\alpha) + h(\beta/\alpha, R),$$

tzv. <u>podmíněná efektivní entropie</u> je pak zobecněním obvyklé podmíněné entropie, která je z tohoto hlediska zvláštním případem, předpokládajícím dokonalost pozorovatele.

Pro tzv. <u>efektivní množství informace</u> $I_e(\alpha, \beta, R)$ o experimentu β obsažené v experimentu α platí pak vztah

$$I_e(\alpha, \beta, R) = H(\beta) - H_e(\beta/\alpha, R),$$

který zahrnuje i neurčitost pozorování a je zobecněním Shannonovy informace.

P. Jumarie zajímá především obecná teorie systémů.

Je dáno (1) universum $\mathcal{U}(\mathcal{E}, \mathcal{D})$ sestávající z prvků e_i dané množiny $\mathcal{E}$ rozdělené na oblasti $\mathcal{D}$.

(2) Množina $\mathcal{C}$ stimulů c_i ("vstupů" subsystémů SS)

(3) Množina $\mathcal{R}$ odpovědí r_i ("výstupů" subsystémů SS), tj. akcí subsystémů SS vůči jejejich doplňkům $\mathcal{C}_u$(SS).

(4) Množina $\mathcal{G}$ úkolů g_i, které mají subsystémy plnit.

Subsystém (SS) je podmnožina $\Sigma \subset \mathcal{E}$, jejíž prvky jsou "organizovány" v určitém "aranžmá" či uspořádání $\mathcal{A}$ a který funguje takto:

(1) (SS) přijímá informaci I_e ze svého okolního prostředí $\mathcal{C}_u(SS)_1$ prostřednictvím vstupů c_i.

(2) aby splnil úkol g_i vyvíjí $(SS)_1$

(i) aktivitu r_i vůči $\mathcal{C}_u(SS)_i$, působení na své vnější prostředí

(ii) reaktivitu, modifikační činnost vůči svému vnitřnímu uspořádání, vůči organizaci svých prvků e_{ij}.

Systém je pak souhrn individní, subsystémů vyměňujících si informaci a využívající ji ke změnám své vlastní organizace.

Uvažujme systém S a jeho vnější prostředí $\bar{S}$. Systém je ve vztahu k prostředí pozorovatelem a subjektivně interpretuje informaci, kterou z $\bar{S}$ dostává v závislosti na své vlastní vnitřní organizaci. Výměna informace mezi S a $\bar{S}$ je proto charakterizována vzorcem efektivní informace, zahrnující vliv pozorovatele, který zapíšeme ve tvaru

$$I_e(\alpha,\beta) = [H(\beta) - H(\beta/\alpha)] - h(\beta/\alpha, R) .$$

člen $H(\beta) - H(\beta/\alpha)$ představuje změnu $\phi(H_o, \alpha, \beta)$ entropie H_o prostředí $\bar{S}$, nazvané <u>vnější entropií</u>, vnější z hlediska systému S. Člen $h(\beta/\alpha, R)$ je přímo spjat s vnitřní organizací systému S. Kvantitativní charakteristikou této organizace je <u>vnitřní entropie</u> H_I systému S. Veličina $h(\beta/\alpha, R)$ je přijímána jako její funkce $\psi(H_I, \alpha, \beta)$. Vnější entropie H_o může však být chápána jako funkce β, pak lze funkce ϕ a ψ zapsat jako $\phi(\alpha, H_o)$ a $\psi(H_I, H_o, \alpha)$. Obtížnost úkolu g systému S je kvantitativně hodnocena nějakou skalární numerickou veličinou v. Zkušenost α akceptuje systém S v závislosti na své vnitřní organizaci (tedy v závislosti na H_I) a na svém úkolu, tedy na v. Funkce ϕ a ψ tedy lze přijmout ve tvaru $\phi(H_I, H_o, v)$ a $\psi(H_I, H_o, v)$. Pak lze diferenciální formu rovnice efektivní informace zapsat jako

$$dI_e = \phi(H_I, H_o, v)\,dH_o + \psi(H_I, H_o, v)\,dH_I .$$

Stav systému je tedy určen třemi proměnnými $H_I(S), H_o(S)$ a $v(S)$. Systém a jeho dynamika však může být pozorován nejen systémem S, ale i jiným pozorovatelem R, pak je třeba stavové proměnné chápat jako $H_I(S/R)$, $H_o(S/R)$ a $v(S/R)$. Stavová rovnice je

$$f(H_o, H_I, v) = 0$$

a podle předpokladu p. Jumarie se proces odehrává v Riemannově prostoru, jehož metrika je definována fundamentální kvadratickou formou

$$d\sigma^2(S/R) = c^2 dH_o^2(S/R) - dH_I^2(S/R) - dv^2(S/R)$$

s universální konstantou c, kterou lze určit z rovnice

$$H_I(\mathcal{U}/\mathcal{U}) = c\,H_o(\mathcal{U}/\mathcal{U}) .$$

Požadavkem invariance metriky při transformaci od pozorovatele R k pozorovateli R' je jednoznačně určeno, že tyto transformace mají tvar

$$\begin{aligned} H_I(S/R') &= \rho\cdot[H_I(S/R) + u(R/R')\cdot H_o(S/R)] \\ v(S/R') &= v(S/R) \\ H_o(S/R') &= \rho\cdot[H_o(S/R) + \frac{u(R/R')}{c^2}\cdot H_I(S/R)] , \end{aligned}$$

kde

$$\rho = [1 - u^2(R/R')/c^2]^{-1/2} ,$$

tedy že jsou to Lorentzovy transformace. Invariance veličiny σ může být interpretována jako vyjádření toho, že pozorovatel R právě tak jako R' pozoruje tentýž systém. Formální srovnání s rovnicemi relativistické mechaniky ukazuje, že vnější entropie hraje úlohu pozorovaného času, veličina

$$u(R/R') = \frac{dH_I(R/R')}{dH_o(R/R')}$$

hraje úlohu relativní vzájemné rychlosti souřadnicových systémů, odpovídajících pozorovatelům R a R', proměnné v a H_I úlohu prostorových složek trojvektoru relativistické události, konstanta C je obdobou rychlosti světla. Veličinu $u(R, R')$ nazývá p. Jumarie <u>organizovatelností</u>, ta charakterizuje schopnost systému modifikovat svá vnitřní uspořádání v závislosti na informaci přicházející z vnějšího prostředí.

Lorentzovy transformační rovnice používá p. Jumarie i k definování vnitřní a vnější relativistické informace, kterou má pozorovatel R' o systému S využije-li pro snížení obou entropií další pozorování R.

V pozdějších pracech zvýšil p. Jumarie dimenzi Riemannova prostoru na 4 zavedením transformačního potenciálu, který charakterizuje efektivnost přenosu informace do systému.

Další důležitou veličinou v přístupu p. Jumarie je tzv. strukturální entropie, která charakterizuje kvalitu informace přenášené do systému a která má být obdobou termodynamické entropie plynu. I tato veličina je relativistická. Jeho tzv. evoluční princip pak požaduje takový rozvoj procesů a systémů, aby se strukturální entropie maximalizovala.

Záběr Jumarieovy relativistické kybernetiky je mimořádně široký. Zahrnuje nejen teorii informace uvažující vliv pozorovatele, ale i "relativistická" zobecnění matných množin, apriorních i aposteriorních pravděpodobností a bayesovských rozpoznávacích postupů. Aplikace na teorii obecných systémů by měla podle p. Jumarie vyústit v nestacionární rozšíření Thomovy teorie katastrof, v strukturální dynamiku systémů zahrnující i teorii systémů, nadaných vlastnostmi samoučení, samoorganizace a samoreprodukce. Jako oblasti aplikace předpokládá p. Jumarie nejen sdělovací techniku a statistiku, sociologii, psychologii, ekonomiku, biologii včetně kvantové genetiky, ale i lingvistiku.

Uveďme podrobněji přístup p. Jumarie k matným množinám. V prostoru X je dána třída A. Pozorovatel R pozoruje prvek $x \in X$ a určuje, zda patří či nepatří do třídy A. Relativistický observační proces je tedy $(A/x/R')$. "Vnitřní" charakteristická funkce třídy A je $\Phi_A(x)$,

$$\Phi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$$

a "vnější" charakteristická funkce, patřící k doplňku třídy A je

$$\Phi_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \in A \\ 1, & x \notin A \end{cases}.$$

Pozorovatel R v procesu pozorování $(A/x/R)$ neumí přesně určit hodnoty funkcí Φ_A a $\Phi_{\bar{A}}$, musí se spokojit jejich odhady $\Phi_A(x/R)$ a $\Phi_{\bar{A}}(x,R)$, pro něž p. Jumarie deklaruje platnost Lorentzových transformací

$$\Phi_A'(x/R) = \rho(x/R)\cdot[\Phi_A(x) + u(x/R)\Phi_{\bar{A}}(x)]$$
$$\Phi_{\bar{A}}'(x/R) = \rho(x/R)\cdot[\Phi_{\bar{A}}(x) + \tfrac{1}{c^2}u(x/R)\Phi_A(x)].$$

Protože by však tyto transformace nezachovávaly operace sjednocení a průniku tříd, nahrazuje je p. Jumarie někdy vztahy

$$\Phi_A'(x/R) = \eta(x/R)\Phi_A(x) + \xi(x/R)\Phi_{\bar{A}}(x)$$
$$\Phi_{\bar{A}}'(x/R) = \eta(x/R)\Phi_{\bar{A}}(x) + \xi(x/R)\Phi_A(x),$$

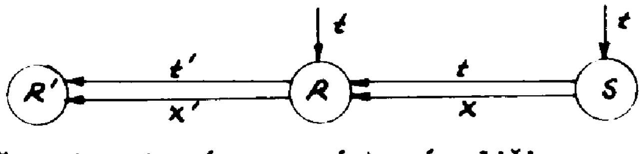
přičemž funkce na levé straně nazývá <u>relativistickými charakteristickými funkcemi</u> a funkce $\eta(x/R)$ a $\xi(x/R)$ vnitřními a vnějšími funkcemi příslušnosti k třídě A při daném pozorovateli R. Pro takto definované charakteristické funkce zavádí p. Jumarie množinové operace a také pojem hierarchického pozorování, proces typu např. $(A/R/R'/R'')$ apod. Podobně pak postupuje v případě pravděpodobností. Za <u>relativistické pravděpodobnosti</u> jevů E a $\bar{E}$ přijímá veličiny

$$P(E/R) = \eta(R)P(E) + \xi(R)P(\bar{E})$$
$$P(\bar{E}/R) = \eta(R)P(\bar{E}) + \xi(R)P(E),$$

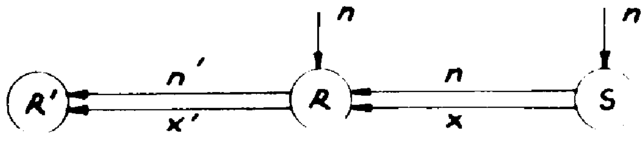
přičemž předpokládá vztah $\quad 1 = \eta(R) + \xi(R)$

pro "relativistické koeficienty" η a ξ, charakterizující neurčitost pozorovatele při identifikaci jevu. Pro "relativistické" pravděpodobnosti pak zavádí kompoziční pravidla i "relativistickou" verzi Bayesovy formule.

Nejelementárnější aplikace uvažovaná p. Jumariem má vztah k základnímu statistickému modelu pozorování za přítomnosti šumu. Za nejjednodušší systém se přijme hmotná částice M pohybující se konstantní rychlostí v vůči pozorovateli R, který nemá k dispozici rychlostní čidlo a měří jen polohu x částice M. Veličina x je tedy pro něj "výstupem" systému S, za vstupní veličinu pak přijímá p. Jumarie pozorovaný čas t. Pro přechod k souřadnicím jiného pozorovatele R' pak platí Lorentzovy rovnice. Tento proces nazývá p. Jumarie Lorentzovým observačním procesem typu $(R'/R/S)$. Takový proces v aplikaci na pozorování systému S znázorňuje takto:



Veličina t, pozorovaný čas, je vstupní a x výstupní veličinou systému S. To, že t je také vstupní veličinou pozorovatele R vysvětluje p. Jumarie tak, že struktura pozorovatele R se mění v závislosti na t s hlediska pozorovatele R'. Pozorovatel R pozoruje veličiny t a x a pozorovateli R' předává veličiny t' a x'. Model pozorování za přítomnosti šumu představuje p. Jumarie takto:



Pozorovaný čas je tu tedy nahrazen pozorovanou hodnotou šumu n . Předpokládá se, že pozorovatel R (nebo měřicí zařízení R) má strukturu závislou na třírozměrovém vektorovém parametru $(r_1(n), r_2, r_3)$, jehož složky r_2 a r_3 jsou konstantní a pro jehož první složku platí

$$w(n) = \frac{dr_1}{dn}$$

Lorentzovy transformace pak zde jsou (pro případ 3-rozměrového vektoru x)

$$x_1' = \rho(n)\cdot(x_1 + wn)$$
$$x_2' = x_2$$
$$x_3' = x_3$$
$$n' = \rho(n)\cdot\left(n + \frac{w}{c^2}x_1\right)$$

kde
$$\rho = \left(1 - \left(\frac{w}{c}\right)^2\right)^{-1/2}.$$

Invariantou této transformace je forma

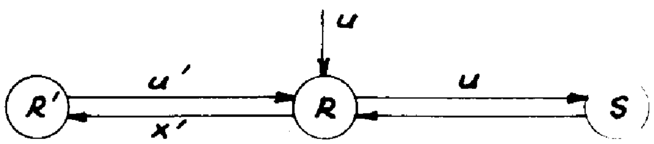
$$d\sigma^2(M/R) = c^2 dn^2 - \sum_i dx_i^2 .$$

Důležitou roli hraje veličina c , která by u rovnic relativistické mechaniky byla rychlostí světla. P. Jumarie nabízí tyto interpretace veličiny c :

1) Horní mez převrácených hodnot dopravního zpoždění aproximujícího krátkodobou dynamiku pozorovaného systému
2) Poměr "signál - šum"
3) Horní mez možných rychlostí změn struktury pozorovatele (hodnot dr_1/dt)
4) Parametr, charakterizující velikost universa a rozhodující tudíž o tom, jak velkou část universa tvoří daný systém.

Jako v případě vztahu relativistické mechaniky ke klasické rozhoduje poměr rychlosti změn dx/dt a veličiny c o tom, nakolik se odliší relativistická verze transformačních rovnic od klasické. Z uvedených interpretací veličiny c by vyplývalo, že relativistický popis je nutný u systémů s "pomalou" dynamikou, při silném šumu, v případě "pomalu" reagujícího pozorovatele a v případě systémů velkých vzhledem k universu jehož jsou součástí.

Za zmínku stojí jistě i aplikace, předpokládaná p. Jumarie pro popis řízených soustav. Uvádí schema dvouúrovňového hierarchického řízení systému S řízeného pozorovatelem R' prostřednictvím R :



Zde x značí stav systému pozorovaného R , zatímco x' je stav pozorovaný pozorovatelem R'. Řídicí působení R na S charakterizuje veličina u, akční veličina, zatímco u' je řídicí působení R' na R , šipka směřující k R z vnějšího prostředí má možná znázornit, že o veličině u rozhoduje nějaký nadřazený systém. Pro vztahy mezi "novými" proměnnými x' a u' a "starými" x a u předpokládá p. Jumarie opět platnost Lorentzových rovnic.

<u>Možné důsledky relativistické koncepce kybernetiky pro statistiku</u>

Analyzujme nejjednodušší realizaci relativistické koncepce p. Jumarie, uvedenou v závěru předchozí kapitoly, případ pozorování za přítomnosti šumu. Lorentzovy transformace jsou lineární, avšak transformační vztahy parametrizuje p. Jumarie hodnotou šumové složky n . <u>Kdyby byla relativistická koncepce p. Jumarie správná</u>, znamenalo by to, že základní statistický model "čistého" signálu kontaminovaného aditivním šumem je použitelný pouze ve zvláštním případě, kdy jsou relativistické efekty zanedbatelné (řekněme podle p. Jumarie, že jen v případě "rychlých" a malých systémů, "rychlých" pozorovatelů a při slabém šumu). Obecně by bylo nutné používat modely nelineární. Takový závěr by ovšem nebyl příliš překvapivý, protože vývoj statistiky a především praktických aplikací statistiky nezadržitelně nastolil problém robustnosti odhadů a tím i nutnost tak či onak za určitých situací skoncovat s lineárním zpracováním dat. Zajímavé však je, že zde se k nelineárním modelům dostáváme zcela jinak, než při běžné argumentaci a že relativistický model nabízí četné podněty a nabízí nové možnosti. Do hry vstupuje ve statistice neobvyklá matematická struktura, grupa Lorentzových transformací, i se svou "záhadnou" invariantou, časoprostorovým intervalem, resp. obecněji, s invariantní metrikou, která se principiálně liší od metrik prostorů, do nichž byly zatím náhodné veličiny a procesy zobrazovány. Vše se odbývá v Minkowského prostoru a tudíž platí "všechno je jinak": jiný je skalární součin, než v euklidovské geometrii a v geometriích s ní související, jiné jsou délky vektorů, úhly mezi nimi, vzdálenosti mezi body, jiný je i vektorový součin, charakterizující skládání transformací. Pokus o domyšlení těchto nových okolností do důsledků vyvolává pochybnosti o oprávněnosti postupů, přijímaných až dosud bez váhání. Objevují se otázky:

1) Jak se vlastně správně skládají neurčité veličiny? (Je třeba aritmetický součet dat "správnou" operací s daty, nebo má "dobrý" smysl jen jako aproximace použitelná v nějakém zvláštním případě?)
2) Kdy pak má "dobrý" smysl operace "střední hodnoty" a jak vypadá její relativistické zobecnění?
3) Jaké veličiny jsou relativistickými obdobami statistických momentů a statistik vůbec, nebo obecněji, jaké jsou relativistické charakteristiky souboru dat?
4) Jak nejlépe očišťovat data od "subjektivní" i "objektivní" neurčitosti?

Ve výčtu problémů doprovázejících přijetí relativistické koncepce pro statistiku by bylo možné pokračovat. Pozoruhodné však jistě je, že samy uvedené otázky nejsou nikterak nové a existovaly i v době dávno před formulací problému robustnosti. Stačí připomenout "věčný" problém silně vybočujících měření. Pro účel této práce jsou ovšem rozhodující otázky, zda je prokázána nutnost nějakého relativistického rozšíření toerie informace i matematické statistiky a zda model předkládaný p. Jumarie je ten pravý relativistický model.

Pokus o kritické hodnocení relativistického přístupu p. Jumarie

Důvody a argumenty ve prospěch relativistického pojetí kybernetiky uvedené v pracech p. Jumarie můžeme rozdělit do dvou tříd:

1) "Každý ví", že tutéž informaci interpretuje každý pozorovatel různě, že tatáž informace má pro různé pozorovatele různou hodnotu a že samo pozorování zvyšuje neurčitost informace.
2) "Proč by nemělo být pro obecnou teorii systémů dobré to, co je dobré pro dynamiku systémů ve fyzice?"

Subjektivní povahu informace nejen uznávají, ale dovádějí dokonce do krajnosti stoupenci subjektivní pravděpodobnosti tím, že objektivní stránku zcela popírají. Je také pravda, že informace v Shannonově pojetí je hodnocena pouze ze syntaktického hlediska, zatímco semantické hledisko postiženo není, a právě neurčitost semantického významu může informaci relativizovat. Ale i když připustíme, že informace má být "relativistická", nemůžeme nepoložit otázku, zda bude "stejně" relativistická, jako pozorování jevů mechaniky v inerciálním souřadnicovém systému, nebo zda bude relativistická jinak. Shoda pojmů zde může být nezávazná. Takovou pochybnost neodstraníme ani uznáním nutnosti konzistence relativisticko-kybernetického popisu obecného dynamického systému se zvláštním případem, kterým může být např. i soustava hmotných částic, popsaná rovnicemi relativistické mechaniky. Splnění podmínky, aby nová obecnější teorie dávala za určitých podmínek ověřenou starou teorii je sice nutné, nikoliv však postačující pro rozhodnutí o platnosti nové teorie.

A je tu i další pochybnost. Zákonitosti mechaniky nemají obecnou a samozřejmou platnost v případě složitějších jevů, pokud ovšem nejde o čistě mechanické aspekty těchto jevů. Tak už pro tok částic plazmatu platí složitější rovnice, než pro tok nenabitých částic, ale ani vlastnosti toku neutronů, které elektrický náboj nenesou nelze vysvětlit bez překročení hranic mechaniky. Ostatně i jedna jediná nenabitá hmotná částice má v kvantové mechanice vlnový a přitom pravděpodobnostní popis a ani pro ni tedy neplatí "co je dobré zde, bude dobré i tam". Věnujme se nyní podrobněji problému výběru prostoru, v němž se procesy odehrávají. V předchozím popisu se tato otázky zjevně či skrytě objevila celkem šestkrát. Shrňme tyto případy do tabulky:

Č.	Případ	Stavový vektor
1	Relativistický termodynamický popis interakce systému s prostředím	(H_o, H_x, v)
2	Relativistické matné množiny	(Φ_A, Φ_x)
3	Relativistická pravděpodobnost	$(P(E), P(E))$
4	Relativistické pozorování dynamiky systému	(t, x_1, x_2, x_3)
5	Relativistické pozorování signálu za přítomnosti šumu	(n, x_1, x_2, x_3)
6	Relativistické pojetí hierarchického řízení	(u, x_1, x_2, x_3)

Tab. 1: Některé aplikace relativistické kybernetiky, navržené p. Jumarie

Připomeňme stručně definici Riemannova prostoru jako N-rozměrné variety dvakrát diferencovatelných funkcí, na níž je definován dvakrát kovariantní metrický tenzor $g_{\alpha\beta}$. Bod v tomto prostoru je popsán kontravariantním N-vektorem x^γ (kde γ = 1,...,N) a skalární součin je definován pro diferenciály dvou vektorů x^γ a y^γ fundamentálním tenzorovým vztahem

$$(dx^\gamma, dy^\gamma) = g_{\alpha\beta}\, dx^\alpha dy^\beta,$$

který ovšem dává při $x^\gamma = y^\gamma$ čtverec délky vektoru dx^γ a který slouží i k hodnocení úhlů mezi vektory v příslušné geometrii. Nejjednoduššími zvláštními příklady metrických tenzorů jsou euklidovský (jehož afinorem je jednotková matice) a pseudoeuklidovský tenzor s indexem 1, zvaný také Minkowského tenzor (jehož afinor je diagonální s jedním diagonálním prvkem rovným - 1 a zbývajícími jednotkovými diagonálními prvky). Obecně ovšem není metrický tenzor konstantní, požaduje se jen, aby byl úplný a symetrický.

P. Jumarie deklaruje pro všech šest případů shrnutých v tabulce 1. platnost Lorentzových transformací (i když v příp. 2 a 3 poněkud váhá a částečně je opouští, aby zajistil invarianci množinových operací). Lze však dokázat, že přijetí Lorentzových transformací je jednoznačně spjato s přijetím právě Minkowského metrického tenzoru a tedy s rozhodnutím o celé geometrii popisovaných jevů a o dalších důsledcích. Mezi ně patří především vlastnosti geodetických čar. V Minkowského prostoru jsou geodetickými přímky, právě tak jako v euklidovském prostoru, avšak cesta po přímkové spojnici dvou bodů je nejdelší z cest a nikoliv nejkratší, jako v euklidovské geometrii. O geodetických čarách a o interpretaci jejich významu v relativistické kybernetice však žel nenacházíme v rozsáhlém díle p. Jumarie žádné zmínky. Naopak, když integruje svoji strukturální entropii, aby formuloval svůj evoluční princip, předpokládá bez zaváhání nezávislost integrálu na integrační cestě, což může mít dalekosáhlé následky. Jsou tu však i další a nedotčené otázky, které musí položit každý fyzik. Na rozdíl od matematika nevidí fyzik v geodetické čáře jen řešení určité abstraktní variační úlohy, nýbrž trajektorii pohybu materiálního systému v určitém silovém poli. Ví, že síla doprovází nebo vyvolává variace energie a změny pohybového stavu systému. Proto nevidí v metrickém tenzoru formální matematický konstrukt, nýbrž zápis vlastností objektivně existujícího materiálního pole. O pohybových rovnicích zjistí fyzik dříve či později, že vyhovují nějakému variačnímu principu, ten zpravidla operuje s tak prokazatelnými vlastnostmi materiálních objektů, jako jsou energie různého druhu. Důležité ovšem je, že geometrický pohled související s riemannovsky chápanou metrikou prostoru a fyzikální pohled opírající se o variace energií jsou jen dvě interpretace, dva obrazy téže skutečnosti a že proto mezi příslušnými matematickými popisy existuje izomorfismus. Závažnost a dalekosáhlé důsledky předpokladu o metrice vybraného Riemannova prostoru vedou k požadavku řádného zdůvodnění volby, to však u p. Jumarie nenacházíme. Naopak, v závěru jedné své práce si p. Jumarie klade za cíl prozkoumat i případ nekonstantního metrického tenzoru. Dává tak najevo, že si není jist správností svého výběru metriky. Je pravda, že matematik má právo volit své axiomy a že zodpovídá zejména za konzistenci odvozovaných důsledků. Axiomy se však volí na co nejelementárnější úrovni. Takovou vlastnost ovšem předpoklad o metrice stavového prostoru pro reálný a nikoliv čistě matematický problém určitě nemá. Připomeňme, že metrika Minkowského prostoru je ve speciální teorii relativity nikoliv axiomem, nýbrž důsledkem předpokladu o platnosti zákona zachovány hybnosti a zákona šíření fronty světelné vlny ve všech inerciálních souřadnicových systémech. Oba tyto zákony byly již před vytvořením teorie experimentálními fakty. Avšak i závěry a důsledky této teorie byly experimentálně ověřeny. Tím se dostáváme k další závažné slabině relativistické kybernetiky p. Jumarie: chybí její ověření rozhodujícím kriteriem - praxí. Není uveden žádný prakticky prověřitelný důsledek, který by překonával alespoň v něčem nerelativistický přístup. (V polemice s p. Jumarie přitom nepoužijeme fakt zatím patrně nulové odezvy na jeho práce o relativistické kybernetice kontrastující s odezvou, jakou získaly např. samy Zadehovy matné množiny, i když představovaly s principiálního hlediska podstatně méně závažný přínos. Minulost totiž nabízí řadu příkladů toho, jak vědecká veřejnost dokáže dlouho ignorovat nové závažné podněty. Sama Einsteinova teorie relativity neprorazila ani rychle ani univerzálně.)

Podívejme se na problém ještě s hlediska statistika. Toho bude zajímat zejména možnost kvantitativní identifikace modelů nové teorie z dat. Bude-li postaven před takový problém, jistě si povšimne nepříjemné skutečnosti, že zatímco např. při odhadování podmíněné entropie vystačil dosud s jediným pravděpodobnostním polem, potřebuje k sestrojení efektivní podmíněné entropie navíc dvě množiny pravděpodobnostních polí. Relativistická teorie p. Jumarie je tedy nadstavbou na nerelativistické teorii a tato nadstavba je mnohem rozměrnější, než "klasický" základ, na němž je budována. I matné množiny a pravděpodobnost v relativistickém pojetí p. Jumarie představují podstatně složitější objekty a lze proto očekávat, že relativistický přístup p. Jumarie by při praktických aplikacích nepřinesl zjednodušení dosavadních postupů a zmírnění potíží, nýbrž naopak. Zatím nelze říci, stály-li by dosažené výsledky za zvýšené úsilí. Aplikační příklady, jichž p. Jumarie uvádí velký počet, mají jen teoretickou povahu.

Bude tedy kybernetika a snad i sama matematika relativistická?

Výhrady uvedené v předchozí kapitole se vesměs týkají pojetí relativistické kybernetiky odpovídajícího definicím D1 a D2. P. Jumarie však v závěru jedné své práce klade zajímavou otázku:

"Nemá sama matematika být relativistická?"

Obraťme se od námi kritizované koncepce D1 a D2 ke koncepci D3. Položme si především otázku, proč by měla matematika relativistická být, nebo ještě širší otázku, proč by měla matematika být vůbec nějaká jiná, než už je? Inu, třebas proto, že dosud nevytvořila matematický aparát pro popis neurčitých, avšak nehromadných jevů. Toto "zlé" tvrzení lze opřít např. o skutečnost, že existuje dosud nevyřešený problém robustnosti odhadů, který nastavuje zrcadlo dnešní nedokonalé tváři matematické statistiky. Nebo o to, že p. Zadeh považoval za nutné pokusit se "vylepšit" matematiku zavedením matných množin a že ani tento pokus není všeobecně uznáván jako úspěšný.

Proč však by "to nové" v matematice, matematické statistice a nakonec i v kybernetice mělo být relativistické? Obecným důvodem k takovému očekávání by mohl být poukaz na nepopiratelný význam, který mělo na matematiku působení klasické mechaniky (zobecňování problémů a metod jejich řešení usnadněné i "personální unií" mechaniky s matematikou, rolí velkých osobností vědy, které působily současně ve fyzice i v matematice) i na to, že rozvoj statistické mechaniky byl jedním z hnacích motorů rozvoje matematické statistiky. Jestliže tedy dala klasická mechanika a její statistické pokračování matematice mnoho, proč by nemohla dostat matematika také něco od relativistické a případně i od kvantové mechaniky? Což není s podivem, že matematika v historii vždy přijímala od méně obecných a méně abstraktních věd cenné podněty a že v případě relativistické mechaniky (jíž dala do vínku nepostradatelný aparát tenzorové analýzy a již hotové a úplné poznatky neeuklidovských geometrií) již osmé desetiletí zachovává uctivý odstup? A jak bylo již připomenuto výše, otázky položené relativistickou fyzikou, otázky o povaze prostoru, v němž reálné děje probíhají, jsou nesporně otázkami v matematice důležitými. Uveďme ještě konkrétnější podobu této argumentace. Zapišme již uvedený obecný výraz pro skalární součin v Riemannově prostoru v nejjednodušší jednorozměrné verzi:

$$(dx, dy) = g(x,y)\,dx\,dy .$$

Skalární funkce $g(x,y)$ zde hraje roli "metrického tenzoru nulového řádu". Obecně nevíme, jaká je povaha funkcí x a y, podle předpokladu o Riemannově prostoru jsou to funkce dvakrát derivovatelné podle nějakých argumentů. Statistik by v tomto výrazu mohl vidět formuli diferenciálu kovarianční nebo korelační funkce, avšak zamyslel by se nad úlohou funkce q . Pak by si připomenul problém robustnosti a některé z jeho řešení a využil by příslušnou influenční křivku ke stanovení váhové funkce $q(x,y)$. Analytik by v tomto vzorci přijal $x=y$ a chápal by ho jako čtverec "míry" elementárního intervalu dx . Úlohu funkce q by vysvětlil tak, že to je důsledek transformace souřadnic $x' \to x$ z takového prostoru, kde platí Lebegova míra. V obou případech však zůstává otázkou, jak vybrat funkci q , a zejména, zda pro výběr této funkce existuje nějaký konkrétní (nebo dokonce univerzální?) důvod. Z uvedených úvah plyne, že jde o problém stanovení metrického tenzoru Riemannova prostoru, v němž pozorovaný proces probíhá. Kdyby se ukázalo, že neurčité jevy mají být zobrazovány v jiném prostoru, než jsou prostory s euklidovskou metrikou a metrikami s ní "spřízněnými", vypadal by patrně matematický aparát pro popis neurčitých veličin jinak než dnes.

Chápeme-li tedy otázku o možnosti relativizace kybernetiky a snad i matematiky samé ve smyslu definice D3 a uvedených poznámek, nemůžeme positivní odpověď vyloučit. Pak ovšem nehledě na kritické výhrady k pokusům p. Jumarie mu nemůžeme upřít uznání za jeho intuici i za invenci, s níž - zatím sám - se pokouší najít nové cesty.

Literatura

/1/ C.R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B 273 (1971), A41-A43; MR 49 2196
(Krátké sdělení prezentované před Akademií věd v Paříži prof. Escandem, rozvinuté v následující práci:)

/2/ Jumarie G.: Towards a new approach to selforganizing systems. Internat. J. Systems Sci. 4 (1973), 707-726.

/3/ C.R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B 277 (1973), A911-A913, MR 49 2197
(Závislost informace na pozorovateli, charakterizace příjemce negentropií).

/4/ C.R. Acad. Sci. Paris Sér. B 278 (1974), 451-454, MR 51 1532
(Relativita obecných systémů, Riemanův prostor).

/5/ C.R. Acad. Sci. Paris Sér. B 278 (1974), 723-726, MR 49 7017.

/6/ Structural entropy, information potential, balance information and evolution in self-organizing systems, Int. J. Systems Sciences, Vol. 5, No. 10, pp. 953-972, 1974.

/7/ A relativistic information theory model for general systems Lorentz transformation of organizability and structural entropy. Int. Journal of System Science, Vol. 6, No. 9, pp. 865-886, 1975.

/8/ Further advances on the general thermodynamics of open systems via information theory: effective entropy, negative information. Inf. Jour. of Systems Science, Vol. 6, No. 3, pp. 249-268, 1975.

/9/ New results in relativistic information. Applications to deterministic, stochastic and biological systems. Int. Jour. of Systems Science, Vol. 7, No. 4, pp. 393-414, 1976.

/10/ A relativistic information approach to the structural dynamics of general systems. Morphogenesis (1), Cybernetica, Vol. XIX., No. 4, pp. 273-304, 1976, Ass. Int. de Cybernétique, Namur, Belgique.

/11/ Théorie relativiste de l'information. Application à un modéle général d'évolution des systémes (in french). Special issue of the Revue de CETHEDEC, Paris, 1976, No. NS76-1,99 Cahier 4ème Trim. (1976), N576-1,94 pp.

/12/ Some technical applications of relativistic information, Shannon information, fuzzy sets, linguistics, relativistic sets and communication (1). Cybernetica, Vol. XX, 2, 1977, Ass. Int. de Cybernétique, Namur, Belgique, pp. 91-128.

/13/ Further advances in relativistic information and general systems. Interference of observers. Cybernetica 21 (1978), No. 2, 93-123.

/14/ Jumarie G.: Proceedings of the I.E.E.E. Conference on Cybernetics and Society, Vol. 2, pp. 930-935, Tokyo (1978).

/15/ The concept of structural entropy and its applications to general systems. Int. Journ. General Systems, Vol. 5, No. 2, pp. 99-121, 1979.

/16/ A relativistic approach to modelling dynamic systems involving human factors. Intern. J. Systems Sciences, Vol. 10, No. 1, pp. 112-134, 1979.

/17/ Hyperstability and average hyperstability condition for a broad class of Gaussian stochastic systems. Inform. Sci. 17 (1979), No. 1, 23-41. Nemá společné s relativitou.

/18/ Relativity, information, catastrophe and subjectivity. A unified approach to general systems. Cybernetica 22 (1979), No. 4, 267-308.

/19/ New results in relativistic information and general systems. Rényi entropy, observed probability, relativistic fuzzy sets, generative semantics. Cybernetica 22 (1979), No. 2, 131-158.

/20/ Conjectures on the use of the special relativity in control theory, WP6-D.

/21/ Subjectivity, Information, Systems. A unified approach to relativistic cybernetics. To appear: Univers Edit., Montréal, Montparnasse editions, Paris 1980.

/22/ A relativistic information theory, application to Shannon information and fuzzy sets, Perspectives, submitted for publication.