

(Mé) radosti a starosti rekreační kombinatoriky

Pavel Stríž, pavel@striz.cz

S úsměvem: jsem D.E.K.ovo číslo 2_5 .

Knuth je nula, kdo ho potkali 1, já potkal pět lidí, kteří ho potkali.

Statistické dny, Penzion Mítkov

21. května 2023

Obrázek pozadí: <https://aperiodical.com/2023/03/an-aperiodic-monotile-exists>

Motivy a inspirace

- ▶ Nejsem matematik ani statistik.
Oprášit a zopakovat si základy.
Udělat si rešerši nových poznatků.

Motivy a inspirace

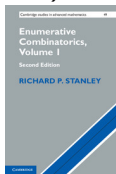
- ▶ Nejsem matematik ani statistik.
Oprášit a zopakovat si základy.
Udělat si rešerši nových poznatků.
- ▶ Nejsem na akademické půdě.
Mohu řešit **směšné** úlohy.
Staré, ale i ty novější.

Motivy a inspirace

- ▶ Nejsem matematik ani statistik.
Oprášit a zopakovat si základy.
Udělat si rešerši nových poznatků.
- ▶ Nejsem na akademické půdě.
Mohu řešit **směšné** úlohy.
Staré, ale i ty novější.
- ▶ Snaha se donutit k výstupu.
Sepsat si poznatky do knih(y).
Možnost vzniku článku.

Od historie k současnosti

- ▶ *Combinatorics: Ancient & Modern*, 2015.
- ▶ *Enumerative Combinatorics 1, 2*. Stanley.
Příloha ke Catalanovým číslům.
<https://math.mit.edu/~rstan/ec/>
- ▶ Dostal jsem tip na knihu: *Graphical Enumeration*, 1973, Harary, Palmer.
- ▶ Nedržel jsem v ruce: *Combinatorial Problems and Exercises*, 1979, 1993, László Lovász.
- ▶ Nové knihy (zlibrary.to): Bona (2022), Shakhiari (2021),...



Od historie k současnosti

- ▶ OEIS: The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences.
Od 1964, N. J. A. Sloane.
<https://oeis.org/>
Např. úloha derangements je pod A000166 (princip inkluze-exkluze).
- ▶ Náznak opaku.
Database of Permutation Pattern Avoidance,
<https://math.depaul.edu/~bridget/patterns.html>

Od historie k současnosti

- ▶ Optimalizace v kombinatorice.
- ▶ Matematická olympiáda.
- ▶ Soutěžní programování (online).

Kniha *Competitive Programming 4*, 2020,
Halim et al.

Guide to Competitive Programming, 2017,
Antti Laaksonen.



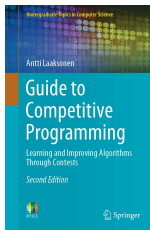
Book 1
Chapter 1-4

Handbook for ICJ and ICPC Contestants,
and for Programming Interviews



Book 2
Chapter 5-9

Handbook for ICPC and ICJ Contestants,
and for Computer Science enthusiasts



Od historie k současnosti

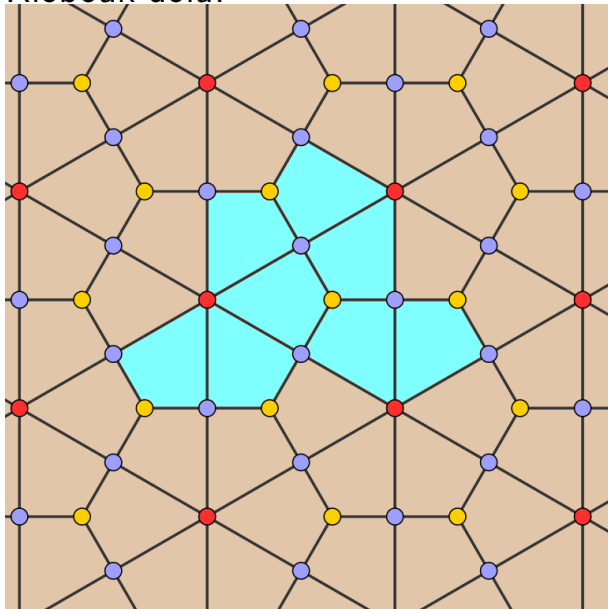
Důkazy.

- ▶ (Začátečníci) Kniha *Proofs*, 2021, Jay Cummings.
- ▶ (Ostatní) Kniha *Proofs from THE BOOK*, 2010, 4. vydání, Martin Aigner, Günter M. Ziegler.
- ▶ Automated proofs (combinatorial identities).
- ▶ Computer-assisted proofs. Viz https://en.wikipedia.org/wiki/Computer-assisted_proof

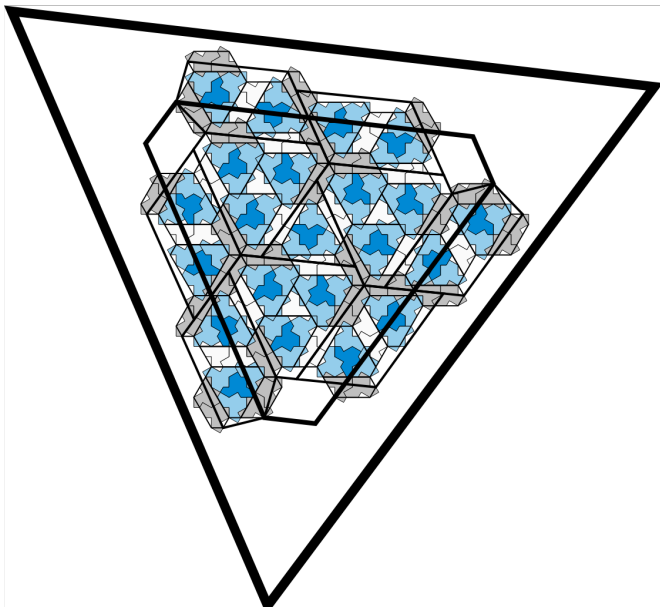
„Ein stein“ po 60 letech nalezen

- ▶ Nevyřešil to Roger Penrose (nositel Nobelovy ceny za fyziku) ani Terence Tao (významný žijící matematik, Fieldsova medaile, Erdősovo číslo až 2, byť ho potkal osobně jako dítě).
- ▶ Publikován v 20. 3. 2023.
- ▶ Článek *An aperiodic monotile*, 2023. Má 89 stran. <https://arxiv.org/abs/2303.10798>
- ▶ Více na <https://cs.uwaterloo.ca/~csk/hat/>.

Klobouk dolů!



Typ TTT.



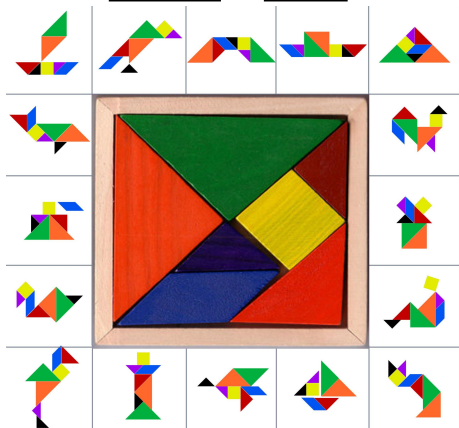
Můj nový žolík graficky!

Zdroj: <https://aperiodical.com/2023/03/an-aperiodic-monotile-exists/>



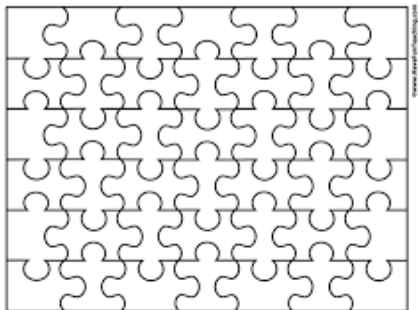
Má prehistorie I

- ▶ Tangram. Kombinatorika potkává nekonečno. Kombinatorika potkává diskretizaci. V linuxu balíky glpeces a gtans.



Má prehistorie II

- ▶ Puzzle. Vytvořit si své puzzle, kde každý dílek bude jedinečný (včetně rotace). Podpořit jedinečnost kombinatorickým důkazem.
- ▶ Posun dílků horizontálně a vertikálně, aby po rozřezání vznikl chtěný obrázek. Běžně se dílky dávají vrchem a papír se krájí.



Má prehistorie II

- ▶ Postřeh. Pokud si ve směru posunu dokáží na hraně nadefinovat funkci, měl by posun jít. Ale puzzle neudržíme ve vzduchu.



- ▶ Druhá možnost: každý dílek mít zvlášť (v obdélníku). To je považováno za neekonomické, typograficky též náročné.

Má prehistorie III

Adventní kalendář k Miku(k)láši (plán, v řešení).

Výpočet kombinací proházených dní po sobě jdoucích (tři čertovské úlohy), když

1. se musí dny dotýkat horizontálně či vertikálně, případně i šikmo,
2. dny nesedí na svých místech (úloha derangements),
3. dny se nesmí dotýkat.

Jedna z možností pro prosinec 2023 (dny jdoucí po sobě se nesmí dotýkat v žádném směru).

				4	26	17
10	31	8	21	24	2	29
12	16	19	11	27	14	23
7	28	1	13	22	25	5
3	20	15	06	18	9	30

Má historie

- ▶ V roce 1997 jsem začal hrát hru bridž.
- ▶ Objevil jsem *Impossible bridge book*, <https://bridge.thomasoandrews.com/impossible/>.
- ▶ Dvě možnosti vyjádření 0 až $N - 1$ u rozdání, včetně popisu kroků (pro uživatele) a popisu postupu (pro programátory).
- ▶ U Pavlicka i počet koncovek.
- ▶ Lineární transformace.

Má historie

Nestandardní číselné soustavy

- ▶ Combinadics, https://en.wikipedia.org/wiki/Combinatorial_number_system.

$$N = \binom{c_k}{k} + \dots + \binom{c_2}{2} + \binom{c_1}{1}$$

- ▶ Factoradics, https://en.wikipedia.org/wiki/Factorial_number_system.

$$N = \sum_{i=0}^n c_i \cdot i!$$

- ▶ CRAN: RcppAlgos, 2017, Joseph Wood: Combinatorial Sampling.
- ▶ Kapitola 6, Ranking, Unranking, and Successor Algorithms v knize *Combinatorics*, 2018, Nicholas A. Loehr.

Výpočetní koutek

Dvě vydání knihy

- ▶ Andrew Thomas:
<https://bridge.thomasoandrews.com/impossible/algorithm.html>
- ▶ Richard Pavlicek:
<http://www.rpbridge.net/7z68.htm>

Lze principy užít u inkluze-exkluze?

- ▶ $!n = \sum_{p=0}^n (-1)^p \frac{n!}{p!}$ a $n!$ můžeme vytknout.
- ▶ Pro $n = 4$:
 $4! / (1/0! - 1/1! + 1/2! - 1/3! + 1/4!) = 24 \cdot 0,375 = 12 - 4 + 1 = 9$.
- ▶ Tedy zvolit si číslo mezi 0–8 a dostat: BADC, BCDA, BDAC, CADB, CDAB, CDBA, DABC, DCAB, nebo DCBA. U CDBA dostat 5.
- ▶ Tento článek zmiňuje, že to jde.
www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S002001902200045X

Mé bádání

Ověřování.

- ▶ 4chan: superpermutations.
www.youtube.com/watch?v=0ZzIv11tbPo
- ▶ Parker's square-sum problem.
www.youtube.com/watch?v=-vxW42R47bc
- ▶ Partitions in higher dimensions.
www.youtube.com/watch?v=2XXLv2KNoXc


Mé bádání

Americký žolík (Amerika, Skládání žolík, Kradený žolík, Rummy, Autobus).

- ▶ Kolik máme možností rozdání?
- ▶ **Dv**krát 52+2 karet.
- ▶ Jeden hráč, dva až deset.
- ▶ Žolík (🧙) jako běžná karta (např. jako 1).



Mé bádání



Žolík  bude jako karta za. . .

- ▶ Úvaha u jednoho hráče (4, 13, či 14 karet).
- ▶ Neobdrželi jsme žolíka, jednoho až čtyři.
- ▶ Například eso pikové nemusíme mít až po šestkrát: dva ze dvou balíčků a pak čtyři v žolících.




Výpočetní koutek

Pracovní úvaha. Každý další žolík musí tvořit kartu nad rámec dostupných karet, jinak se kombinace dá složit právě z nich.

♠AKQ 



-  jako ♠J, nevytváří další kombinaci, ♠J je karta dostupná z prvního balíčku.
-  jako ♠A, nevytváří další kombinaci, ♠A je karta dostupná z druhého balíčku.

♠AAK 

-  jako ♠Q, nevytváří další kombinaci, ♠Q je karta dostupná z prvního balíčku.
-  jako ♠K, nevytváří další kombinaci, ♠K je karta dostupná z druhého balíčku.
-  jako ♠A, vytváří další kombinaci.

Výpočetní koutek

♠AA 

- Oba  jako karty mimo ♠A nevytváří novou kombinaci, vše se dá složit ze zbylých karet.
- Jeden  jako ♠A a druhý jako karta mimo ♠A nevytváří novou kombinaci. To zajistil už jeden žolík.
- Nová kombinace je až pro ♠AAAA.

Podobně to platí pro třetího a čtvrtého žolíka.

Úvahy se diametrálně komplikují, pokud nebude jen jeden hráč. Dostupné karty se s každým hráčem zužují. Lze najít obecné schéma?

Mé bádání

Počet kombinací u hry Mahjong.

- ▶ Čteme madžong, mahdžan, či ma dža.
- ▶ Nikoliv solitér, je to podobné žolíku.
- ▶ Počet kombinací u jednoho hráče.
- ▶ A celého rozdání, 4 hráči, podobné koncovce u bridže.

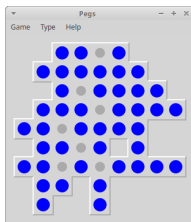
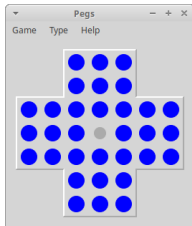


- ▶ **Čtyřikrát.** Číslované kameny, třikrát po devíti. 108 kamenů.
- ▶ **Čtyřikrát.** 4 větry a 3 draci. 28 kamenů.
- ▶ **Jedenkrát.** 8 bonusových kamenů: 4 roční období a 4 květiny.
- ▶ Existují varianty hry bez žolíků, s žolíky, jak je známe, ale i s žolíky **zastupující jen určité karty.**

		Numbers								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Suits	Dots									
	Bamboo									
	Characters									
Honors	Winds				Dragons					
	East	South	West	North	Red	Green	White			
Bonus	Seasons				Flowers					
	Spring	Summer	Autumn	Winter	Plum	Orchid	Chrysanthemum	Bamboo		

Mé bádání

- ▶ Rád bych něco kombinatorického vymyslel ke hře Peg solitér. Počet her při pevně daném počtu kamínek?
- ▶ Zatím se mi podařilo generování hry od konce.
- ▶ Volně na ploše nebo do vytyčené oblasti.
- ▶ Křížení nabízí více řešení.
- ▶ V Linuxu balíky peg-e, pegsolitaire a sgt-puzzles (Pegs).



Má studia

- ▶ Variace, permutace a kombinace s a bez opakování.
- ▶ Twelfefold way, Gian-Carlo Rota.
- ▶ Twentyfold way, Kenneth P. Bogart.
- ▶ Algoritmus Steinhaus-Johnson-Trotter.
Generuje se Hamiltonovský cyklus.
- ▶ Grayovo kódování.

Grayovo kódování

$${}^0 \quad 1! \quad 1$$

$${}^1 1^0 \quad 2! \quad 12, 21$$

$${}^2 1^1 2^0 \quad 3! \quad 123, 132, 312 \text{ a } 213, 231, 321$$

$${}^3 1^2 2^1 3^0 \quad 4! \quad [\dots]$$

$${}^4 1^3 2^2 3^1 4^0 \quad 5! \quad [\dots]$$

$$12345 = (0, 0, 0, 0, 0) \dots$$

$$\dots 35142 = (0, 0, 2, 1, 3) \dots$$

$$\dots 54321 = (0, 1, 2, 3, 4)$$

Kolik čísel je menších vpravo od zkoumaného čísla?

Má studia

- ▶ Stars and bars.
$$\left(\binom{k}{n}\right) = \left(\binom{n+1}{k-1}\right) = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{n+k-1}{n}$$
- ▶ Vytvořující funkce, *Generatingfunctionology*, 1994, Herbert Wilf.
- ▶ Rozklad a (slabá) kompozice přirozeného čísla.

Výpočetní koutek

Rozklad 5 (partition): 5; 4+1; 3+2; 3+1+1;

2+2+1; 2+1+1+1; 1+1+1+1+1

Kompozice $n = 5$: $2^{n-1} = 2^{5-1} = 2^4 = 16$.

(1) 5

(2) 4+1; 1+4

(2) 3+2; 2+3

(3) 3+1+1; 1+3+1; 1+1+3

(3) 2+2+1; 2+1+2; 1+2+2

(4) 2+1+1+1; 1+2+1+1; 1+1+2+1; 1+1+1+2

(1) 1+1+1+1+1

16 Součet

Výpočetní koutek

Slabá kompozice $n = k = 5$:

$$\left(\binom{n}{k}\right) = \left(\binom{5}{5}\right) = \binom{9}{5} = \binom{9}{4} = 126.$$

5	0	0	0	0	5	(5)
0	5	0	0	0	4+1	(20)
0	0	5	0	0	3+2	(20)
		5			3+1+1	(30)
			5		2+2+1	(30)
4	1				2+1+1+1	(20)
4		1			1+1+1+1+1	(1)
4			1			126
...						

Příklad. Do dvou polí se snažíme vložit slabou kompozici 5.

$$n = 2; k = 5; \left(\binom{2}{5} \right) = \binom{2+5-1}{5} = 6.$$

5 0

0 5

4 1

1 4

3 2

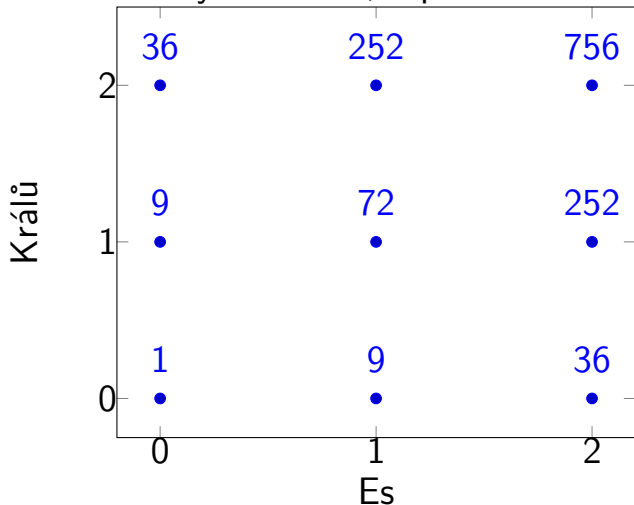
2 3

Výpočetní koutek, vlastnost

Součin $\binom{n}{k_1} \cdot \binom{n-k_1}{k_2} \cdot \dots \cdot \binom{n-k_1-\dots-k_{t-1}}{k_t}$ je stejný pro všechny permutace (k_1, k_2, \dots, k_t) . t je počet tříd. Třídy se mohou opakovat.

Příklad pro AK (2D), kombinací 1423.

Max. 2 karty od každé, 9 políček.

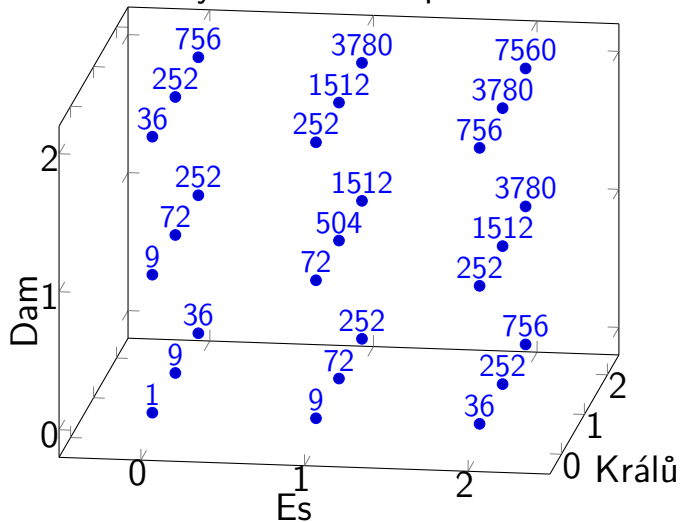


Sólo: (0,0); (1,1); (2,2)

Dokupy: (0,1),(1,0); (0,2),(2,0); (1,2),(2,1)

Příklad pro AKQ (3D), kombinací 28072.

Max. 2 karty od každé. 9 políček.



Sólo: (0,0,0); (1,1,1); (2,2,2)

Dokupy: (0,0,1); (0,1,0); (1,0,0) atd.

Příklad. $n = 9$ je počet volných polí. Máme 13 typů karet, $t = 13$, chceme zaplnit $k = 7$ polí. Volím 3, 2, 1, 1 a devětkrát nula.

A, K, Q žádné, J a T po jednom, 9 dvakrát, 8

tříkrát, zbytek nic. $\binom{9}{0}^3 \binom{9}{1} \binom{8}{1} \binom{7}{2} \binom{5}{3} \binom{3}{0}^6 = 15120$

Eso třikrát, K dvakrát, 3 a 2 jednou, zbytek nikoliv.

$$\binom{9}{3} \binom{6}{2} \binom{4}{0}^9 \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 15120$$

Kombinací (umístění tří karet, dvou karet, dvakrát karta a devětkrát bez karty):

$$\binom{13}{1} \binom{12}{1} \binom{11}{2} \binom{9}{9} = 8580.$$

Má studia

- ▶ Zohlednění rotace, případně i překlápění (šachy, go).
- ▶ Burnside's lemma a jeho doplněk (kontrola).
- ▶ Pólya's enumeration theorem (PET).
- ▶ Příspěvky Němce Marka Riedela na MathStackExchange.

Má studia – výpočetní úvaha

- ▶ 9 polí ve tvaru čtverce.
- ▶ Žádné či jedno pole zaplníme (X), zbytek necháváme prázdné (o).
- ▶ Změna počtu kamenů může či nemusí resetovat čítač kombinací. Záleželo by na implementaci.

ooo	ooo	ooo	ooo
ooo rot.90	ooo rot.180	ooo rot.270	ooo koef. 1
ooo	ooo	ooo	ooo

Xoo	ooX	ooo	ooo	
ooo rot.90	ooo rot.180	ooo rot.270	ooo	koef. 1/4
ooo	ooo	ooX	Xoo	

ooo	oXo	ooo	ooo	
Xoo rot.90	ooo rot.180	ooX rot.270	ooo	koef. 1/4
ooo	ooo	ooo	oXo	

ooo	Xoo	ooX	ooo	
ooo rot.90	ooo rot.180	ooo rot.270	ooo	koef. 1/4
Xoo	ooo	ooo	ooX	

oXo ooo ooo ooo
ooo rot.90 ooX rot.180 ooo rot.270 Xoo koef. 1/4
ooo ooo oXo ooo

ooo ooo ooo ooo
oXo rot.90 oXo rot.180 oXo rot.270 oXo koef. 1
ooo ooo ooo ooo

ooo ooo oXo ooo
ooo rot.90 Xoo rot.180 ooo rot.270 ooX koef. 1/4
oXo ooo ooo ooo

ooX	ooo	ooo	Xoo	
ooo rot.90	ooo rot.180	ooo rot.270	ooo	koef. 1/4
ooo	ooX	Xoo	ooo	

ooo	ooo	ooo	oXo	
ooX rot.90	ooo rot.180	Xoo rot.270	ooo	koef. 1/4
ooo	oXo	ooo	ooo	

ooo	ooo	Xoo	ooX	
ooo rot.90	ooo rot.180	ooo rot.270	ooo	koef. 1/4
ooX	Xoo	ooo	ooo	

Závěr: $1 + 2 \cdot 4 \cdot 1/4 + 1 = 4$. Na herní ploše 3×3 bez nebo s jedním X máme čtyři různé kombinace indiferentní k libovolné rotaci po 90 stupních.

ooo Xoo ooo ooo

ooo, ooo, Xoo, oXo

ooo ooo ooo ooo

|

|

komb.2 vyřazuje komb. 4, 8 a 6

|

kombinace 1 vyřazuje komb. 7, 9 a 3

Přes číslo kombinace přidáváme do databáze jen tu hodnotu nejnižší ze čtyř rotovaných pozic (Reset: 1, 1, 2 a 5; bez resetu: 1, 2, 3 a 6).

Výpočetně náročné i pro malé rozměry.

- ▶ Generujeme všechny/žádané slabé kompozice.
- ▶ Generujeme všechny kombinace.
- ▶ Testujeme potřebné rotace a překlápění.
- ▶ Držíme v paměti nalezené kombinace.

Logické a deskové hry

D. E. Knuth

- ▶ Volume 4, pre-fascicle 9B.
- ▶ Dancing Links X (DLX, 2000; Volume 4, Fascicle 5).
www.youtube.com/watch?v=R9gRLndd0Bg
- ▶ Algorithm X with Color Controls (XCC, 2018).
www.youtube.com/watch?v=_cR9zD1vP88
- ▶ Velká inspirace u Martina Gardnera.

Logické a deskové hry

Kolekce:

- ▶ Pro jednoho, např. v Linuxu sgt-puzzles.
<https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/puzzles/>
- ▶ Pro víc hráčů, Ai Ai (Java 17) či Mind Sports (online).
<http://mrraow.com/aiai-home/>
<https://mindsports.nl/>

Logické a deskové hry

Karetní hry typu solitér:

- ▶ Uzavřené karty (Pasiáns alias Klondike).
- ▶ Otevřené karty (FreeCell).
- ▶ Polootevřené karty (Spider).

Logické a deskové hry

Kolik je kamenů vůči políčkům?

- ▶ Méně kamenů, např. šachy, dáma či go.
- ▶ Stejně, např. pexeso, bridž či mahjong solitér.
- ▶ Více kamenů, např. Kuličková mozaika.

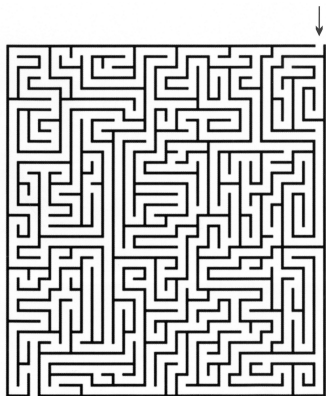


Programátorské úlohy

Jak hru dle pravidel generovat?

- ▶ Např. Bludiště.

Daedalus, <https://www.astrolog.org/labyrinth/daedalus.htm>



Programátorské úlohy

Jak hry vyřešit?

- ▶ SAT řešitelé, DEK Volume 4, Fascicle 6.
- ▶ Můj oblíbený program je Picat,
<http://picat-lang.org/>.
- ▶ Inspirativní, Corpiis, <https://cspsat.gitlab.io/copris-puzzles/>.

Programátorské úlohy

Jaký je nejmenší počet bitů k uložení rozdání
bridže?

- ▶ Jedné hry?
- ▶ Více her? Má smysl diferenčně? Prohazování karet?
- ▶ Inspirace u analýzy hry Rush Hour v jazyce Go.
<https://www.michaelfogleman.com/rush/>
- ▶ Práce s bity, kniha *Matters Computational*,
2010, Jörg Arndt.
<https://www.jjj.de/fxt/>

Výpočetní koutek

Jednořádkové uložení, Deal, 69 bajtů.

N: .63.AKQ987.A9732_ A8654.KQ5.T.QJT6
_J973.J98742.3.K4_KQT2.AT.J6542.85

Zkrácené jednořádkové, 52 bajtů.

NNNNNNNNNNNNNEEEEEEEEEEEEE
SSSSSSSSSSSSWWWWWWWWWWW

Výpočetní koutek

Dvojková soustava.

2 bity krát 52 karet (zbylé karty W). 104 bitů, resp.
13 bajtů.

Počty kombinací $\binom{52}{13}\binom{39}{13}\binom{26}{13}\binom{13}{13}$.

53,7 oktiliónů (29 cifer) lze uložit přes 96 bitů, tedy
12 bajtů.

Výpočetní koutek

Úvaha. Je možné snížit počet takto?

Uložíme si tři listy zvlášť a umístíme je jednomu z hráčů.

$\binom{52}{13}$ potřebuje 40 bitů. Dva bity, kam karty patří (NESW?).

$\binom{39}{13}$ potřebuje dalších 33 bitů. Dva bity, kam karty patří (Kterému ze tří z NESW?).

$\binom{26}{13}$ potřebuje dalších 24 bitů. Jen jeden bit, kam karty patří (Komu karty ze zbylých dvou?).

Celkem potřebujeme $40 + 2 + 33 + 2 + 24 + 1 = 102$.

Závěr: Nepomůže nám to.

Hry.

Úvodní poznámky

- ▶ Kniha Zapletal: Kniha deskových her.
- ▶ Mimo mne: Hackenbush, Poker, Monopoly, Vrhcáby.
- ▶ Softwarové balíky v Linuxu: ace-of-penguins, aisleriot, kpat a pysolfc.
- ▶ pysolfc (py-thon solitaire f-an c-lub) existuje jako appka pro mobily (F-Droid, Obchod Play).
- ▶ Postřehy k různým hrám, <https://www.jaapsch.net/puzzles/>.

Hry, část I.

Karetní válka (War)

Remíza = oba hráči nemají dostatek karet k dokončení započaté války.

32 karet (mariášky) versus 52 karet (žolíkové bez žolíků).

- ▶ Po kolika kartách nastává remíza?
- ▶ Jaká je pravděpodobnost remízy?
- ▶ Kdy je remíza nejdříve možná?
- ▶ Kolik kombinací nastává u nejdříve možné remízy?

Výpočetní koutek

Hra: 1

Hráč 2 prohrál! Nemá už žádné karty!

Rozhodnutí 469

Hra: 2

Hráč 2 prohrál! Nemůže hrát válku!

Rozhodnutí 1504

[...]

Hra: 1000

Hráč 2 prohrál! Nemá už žádné karty!

Rozhodnutí 780

Nejkratší rozhodování: 67

Nejdelší rozhodování: 5359

Výpočetní koutek

Hra: 23434

REMÍZA

Rozhodnutí 64

```
[[9, 'Diamond'], [12, 'Spade'], [11, 'Club'],  
[13, 'Spade'], [9, 'Heart'], [12, 'Diamond'],  
[8, 'Spade'], [14, 'Heart'], [11, 'Diamond'],  
[10, 'Heart'], [11, 'Spade'], [14, 'Club'],  
[7, 'Diamond'], [7, 'Club'], [7, 'Heart'],  
[14, 'Spade'], [13, 'Diamond'], [8, 'Diamond'],  
[10, 'Spade'], [10, 'Diamond'], [9, 'Spade'],  
[10, 'Club'], [8, 'Club'], [11, 'Heart'],  
[14, 'Diamond'], [12, 'Heart'], [7, 'Spade'],  
[13, 'Club'], [9, 'Club'], [8, 'Heart'],  
[12, 'Club'], [13, 'Heart']]
```

Hry, část II.

Pexeso (Memory; Concentration; Pairs)

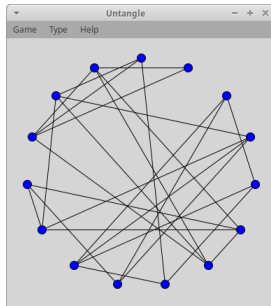
- ▶ Počet kombinací u různých rozměrů.
- ▶ Počet kombinací při čtyřech stejných kartičkách (spojení dvou sad pexes).



Hry, část III.

Mahjong solitér

- ▶ Kdy je hra vyhratelná? Lze na to užít teorii grafů? Kameny se opakují **čtyřikrát**, odkládají se po dvou, $\binom{4}{2}\binom{2}{2} = 6$ kombinací.
- ▶ Inspirace z hry Untangle z sgt-puzzles.



Hry, část IV.

Hledání min (Minesweeper)

- ▶ Inspirace z videa I found Amongi..., <https://www.youtube.com/watch?v=dET21813upU>.
- ▶ A z videa Minesweeper oddities..., <https://www.youtube.com/watch?v=YTnelZkjB68>.
- ▶ Kombinatorikou či simulací: hledání 8, 77, 8-8, bez 0, 1, 2; vyhratelné na jedno nakliknutí ap.
- ▶ Na co kombinatorika ještě stačí?
- ▶ 50 variant: minesweeper-variants.download3000.com.
- ▶ 14 variant na serveru Steam (placené).



1/1200



1/20000



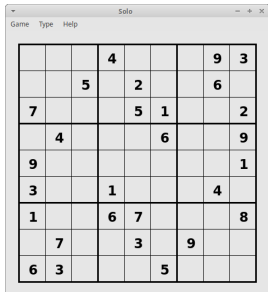
1/3200000

MINESWEEPER ODDITIES

Hry, část V.


Sudoku

- ▶ Nespočet variant, YouTube: Cracking the Cryptic.
- ▶ Kniha *Taking Sudoku Seriously*, 2012, Jason Rosenhouse, Laura Taalman.
- ▶ Vypočteno (bez i se zvažáním symetrií):
<http://www.afjarvis.org.uk/sudoku/>



Screenshot of a Sudoku game window titled "Solo". The window has a menu bar with "Game", "Type", and "Help". The grid is a 9x9 table with some numbers filled in:

			4				9	3
		5		2			6	
7				5	1			2
	4				6			9
9								1
3			1				4	
1			6	7				8
	7			3		9		
6	3				5			



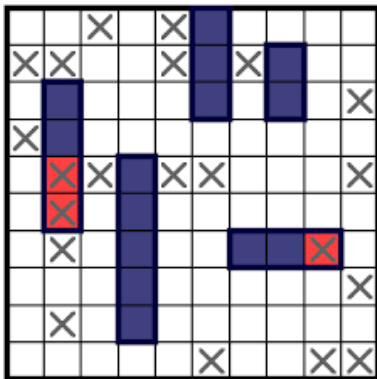
Screenshot of a Sudoku game window titled "Solo". The window has a menu bar with "Game", "Type", and "Help". The grid is a 9x9 table with all numbers filled in, displayed in green:

8	1	2	4	6	7	5	9	3
4	9	5	3	2	8	1	6	7
7	6	3	9	5	1	4	8	2
2	4	1	5	8	6	7	3	9
9	5	6	7	4	3	8	2	1
3	8	7	1	9	2	6	4	5
1	2	4	6	7	9	3	5	8
5	7	8	2	3	4	9	1	6
6	3	9	8	1	5	2	7	4

Hry, část VI.

Lodě (Battleships), počet kombinací:

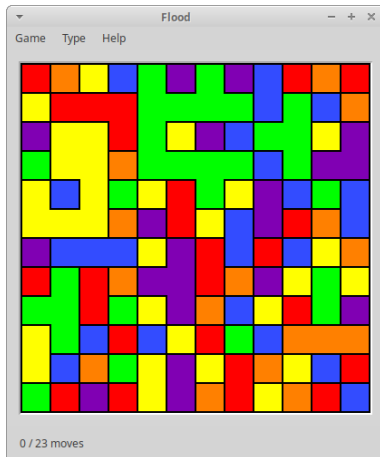
- ▶ Lodě mohou být přes sebe.
- ▶ Nesmí se horizontálně ani vertikálně dotýkat.
- ▶ Mohou se horizontálně či vertikálně dotýkat.



Hry, část VII.

Flood

- ▶ Lze užít dynamické programování na minimální počet přechodů? Spíš nikoliv.



Hry, část VIII.

Domino

- ▶ Lze užít výpočty z teorie grafů (stromy)? Spíš ano.



Hry, část IX.

Go (nižší počty kamenů, např. i Dáma)

- ▶ 19 × 19, 181 černých a 180 bílých kamenů.
- ▶ Anime Hikaru no Go (Japonsko).
- ▶ Seriál Hikaru no Go (Čína).
- ▶ AlphaGo poráží Lee Sedola 4–1 (2016).
- ▶ Master series. 60 mistrovských partií, AlphaGo Master versus svět 60–0 (Přelom 2016 a 2017).
- ▶ AlphaGo Master poráží Ke Jie 3–0 (Květen 2017).
- ▶ Formát uložení SGF.

Hry, část X.

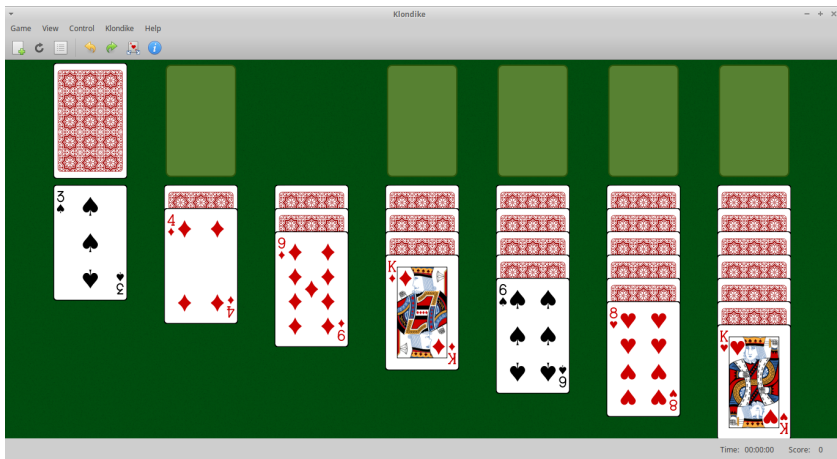
Šachy (Chess)

- ▶ Počet kombinací bez ohledu na pravidla.
- ▶ Varianty: 0 až všechny figury; možnost mít víc figur na poli (nezáleží na pořadí), stavba figur na sebe na poli (záleží na pořadí).
- ▶ Šachy pro čtyři, čínské a japonské šachy, exošachy ap. Formát uložení PGN.



Hry, část XI.

Pasiáns (Patience; Solitaire; Klondike)



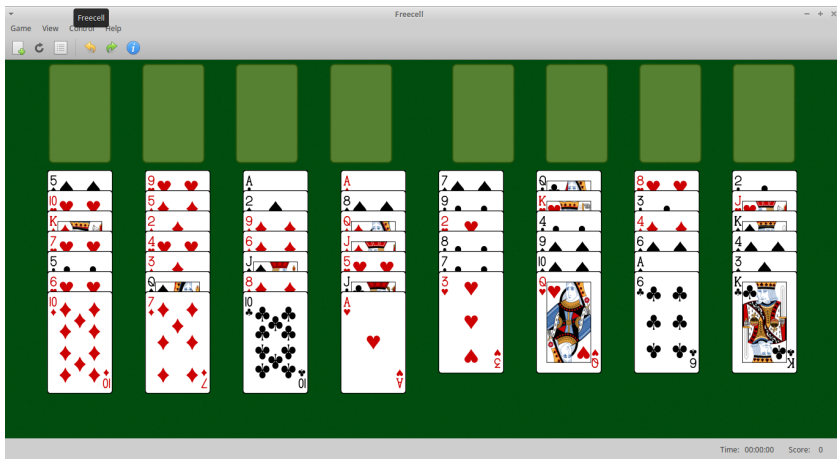
Hry, část XII.

Pasiáns (Patience; Solitaire; Klondike)

- ▶ Žolíkové karty bez žolíků (52).
- ▶ Počet kombinací je snad jen $52!$ podělený proházením barev (nikoliv však všech, což by bylo $4! = 24$).
- ▶ Lze užít teorii grafů na zjištění hratelnosti?

Hry, část XIII.

FreeCell



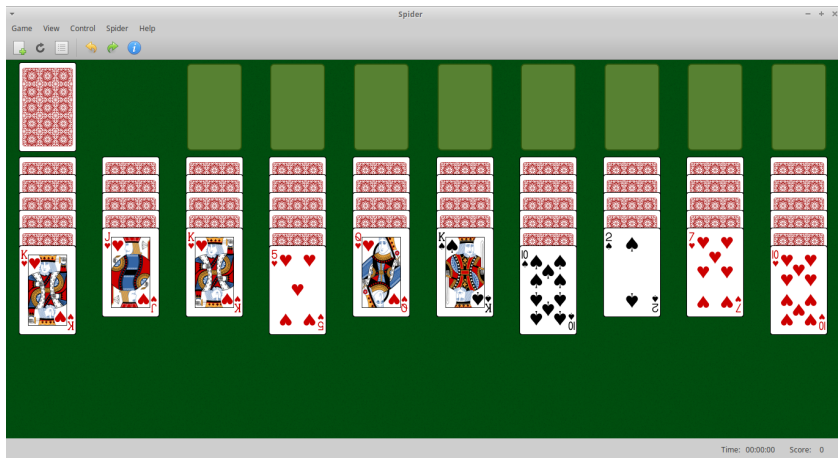
Hry, část XIV.

FreeCell

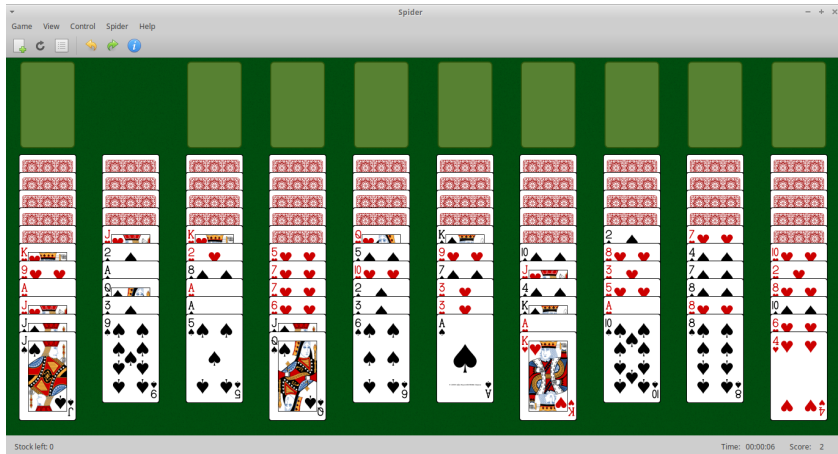
- ▶ Žolíkové karty bez žolíků (52).
- ▶ Dva typy sloupců, které lze proházet.
- ▶ Některé barvy lze proházet (nikoliv všechny).
- ▶ How many possible... , <http://solitairelaboratory.com/fcfaq.html>.
- ▶ Lze měnit počet sloupců, 6–12 (KPatience).
- ▶ Je hra řešitelná? Dle rozdání (Face Down), viděné karty (Face Up), nebo všechny karty.

Hry, část XV.

Spider (začátek hry)



Spider (rozkliknutí pěti sad)



Spider (pavoučí noční můra kombinatoriků)

- ▶ Zjištění hrátelnosti, <https://www.tranzoa.net/~alex/plspider.htm>.
- ▶ Dva balíky karet bez žolíků (104 karet).
- ▶ Dvě velikosti sloupců (čtyři po 11 a šest po 10 kartách).
- ▶ Obtížnost, jednoduchá (černá barva osmkrát), střední (černá a červená barva čtyřikrát), těžká (běžné karty: čtyři barvy dvakrát).
- ▶ Prohazování karet ve sloupci, sloupců se stejným počtem karet i barev (střední a těžká varianta).

Spider

- ▶ Uvnitř sloupce se mohou a nemusí opakovat karty.
- ▶ Sloupce nelze prohodit, pokud obsahují stejné karty, např. ♦AK s ♦AK.
- ▶ **Teoreticky.** Nelze prohodit barvy, pokud by šly prohodit sloupce, např. ♠AK a ♥AK.
- ▶ **Otevřené otázky.** Je to možné u her FreeCell a Spider? Klondike se nezvažuje, sloupce mají různý počet karet.
- ▶ **Tvrzení: Lze to u obou her.**

Výpočetní koutek

U hry FreeCell to nejspíš půjde.

1 (7): ♠AKQJT98

2 (7): ♥AKQJT98

3 (6): ♠765432

4 (6): ♥765432

Prohodím-li sloupce 1+2 a 3+4, a pak barvy ♠+♥, jsem zpět v tomto složení. Alespoň jeden případ nalezen. 😊

Výpočetní koutek

Spider jedna barva (není co prohazovat), dvě barvy (spíš ano, $2 \times 11 + 3 \times 10$ karet), čtyři barvy (spíš ne: jen 26 karet, číslo 26 nesložím z čísel 11 a 10). Spíš ano při užití zbylých barev (stejně hodnoty).

1 (11): ♠ AKQJT987654

2 (11): ♠ AKQJT987654

3 (11): ♥ AKQJT987654

4 (11): ♥ AKQJT987654

6 (10): ♠ 32 ♦ AKQJT987

7 (10): ♥ 32 ♦ AKQJT987

8 (10): ♠ 32 ♣ AKQJT987

9 (10): ♥ 32 ♣ AKQJT987

Prohodí-li se sloupce 1+3, 2+4, 6+7 a 8+9, pak barvy ♠ + ♥, jsme opět v tomto složení.



Spider

Strukturovaný kombinatorický problém

- 1/ Zjistíme rozložení ve sloupcích (přispívá k počtu kombinací).
- 2/ Počet kombinací uvnitř sloupce (přispívá k počtu kombinací).
- 3/ Zjistíme, můžeme-li prohodit některé sloupce (**nepřispívá**). Navýší počet zobrazení.
- 4/ Zjistíme, můžeme-li prohodit barvy (**((ne)přispívá? jen někdy?**; nutné si domněnky ověřit).

Spider

- ▶ Definuje se

$$\left(\begin{array}{c} n_1, n_2, \dots, n_I \\ k_1, k_2, \dots, k_J \end{array} \right), \quad \sum_{i=1}^I n_i = \sum_{j=1}^J k_j$$

- ▶ Partitioning a multiset into multisets of fixed sizes.
- ▶ Rozklad multimnožiny do multimnožin o pevné délce (?).
- ▶ Výsledek je stejný pro permutace tříd n_i i k_j .

Testovací hodnoty

$$\binom{2,2}{2,2} = 2,$$

AA KK, AK AK.

Nelze KK AA (prohození sloupců s 1. případem),
nelze KA AK či KA KA (král má nižší třídu, nemůže
být před esem u tohoto výpočtu).

$$\binom{2,2}{1,1,2} = 3,$$

AA K K, AK A K, KK A A.

$$\binom{1,3,3}{3,4} = 7$$

$$\binom{2,3,3}{4,4} = 5$$

$$\binom{2,3,3}{2,2,4} = 16$$

$$\binom{1,2,3,3}{2,3,4} = 87$$

$$\binom{1,1,49,49}{10,10,10,10,10,10,10,10,10,10} = ???$$

Výpočetní koutek

Přepis ve tvaru výskytu tříd.

$$\binom{(2,2,2)}{(3,3)} = 4, \text{ AAK KQQ, AAQ KKQ, AKK AQQ, AKQ AKQ}$$

1. 2 1 0 | 0 1 2 je AAK | KQQ
2. 2 0 1 | 0 2 1 je AAQ | KKQ
3. 1 2 0 | 1 0 2 je AKK | AQQ
4. 1 1 1 | 1 1 1 je AKQ | AKQ

$$\binom{(2,2,2)}{(2,2,2)} = 5$$

1. 2 0 0 | 0 2 0 | 0 0 2 je AA KK QQ
2. 2 0 0 | 0 1 1 | 0 1 1 je AA KQ KQ
3. 1 1 0 | 1 1 0 | 0 0 2 je AK AK QQ
4. 1 1 0 | 1 0 1 | 0 1 1 je AK AQ KQ
5. 1 0 1 | 1 0 1 | 0 2 0 je AQ AQ KK

Výpočetní koutek

Bohatější struktury.

$$\binom{2,2,2,2}{4,4} = 10$$

1. 2 2 0 0 | 0 0 2 2
2. 2 1 1 0 | 0 1 1 2
3. 2 1 0 1 | 0 1 2 1
4. 2 0 2 0 | 0 2 0 2
5. 2 0 1 1 | 0 2 1 1
6. 2 0 0 2 | 0 2 2 0
7. 1 2 1 0 | 1 0 1 2
8. 1 2 0 1 | 1 0 2 1
9. 1 1 2 0 | 1 1 0 2
10. 1 1 1 1 | 1 1 1 1

Výpočetní koutek

$$\binom{2,2,2}{2,2,1,1} = 12$$

1.	2	0	0		0	2	0		0	0	1		0	0	1
2.	2	0	0		0	1	1		0	1	0		0	0	1
3.	2	0	0		0	0	2		0	1	0		0	1	0
4.	1	1	0		1	1	0		0	0	1		0	0	1
5.	1	1	0		1	0	1		1	1	0		0	0	1
6.	1	1	0		0	1	1		1	0	0		0	0	1
7.	1	1	0		0	0	2		1	0	0		0	1	0
8.	1	0	1		1	0	1		0	1	0		0	1	0
9.	1	0	1		0	2	0		1	0	0		0	0	1
10.	1	0	1		0	1	1		1	0	0		0	1	0
11.	0	2	0		0	0	2		1	0	0		1	0	0
12.	0	1	1		0	1	1		1	0	0		1	0	0

$\binom{2,3,3}{2,2,4} = 16$, kombinací při zohlednění pořadí ve sloupcích 320. Hvězdička značí rovnost sloupců, nenabízí nové zobrazení. Počet zobrazení je tedy $2 \cdot 320 - 16 - 16 - 48 = 640 - 80 = 560$.

	1.	2 0 0 0 2 0 0 1 3	1*1* 4= 4	
	2.	2 0 0 0 1 1 0 2 2	1*2* 6=12	
	3.	2 0 0 0 0 2 0 3 1	1*1* 4= 4	20
*	4.	1 1 0=1 1 0 0 1 3	2*2* 4=16	
	5.	1 1 0 1 0 1 0 2 2	2*2* 6=24	
	6.	1 1 0 0 2 0 1 0 3	2*1* 4= 8	
	7.	1 1 0 0 1 1 1 1 2	2*2*12=48	
	8.	1 1 0 0 0 2 1 2 1	2*1*12=24	120
*	9.	1 0 1=1 0 1 0 3 1	2*2* 4=16	
	10.	1 0 1 0 2 0 1 1 2	2*1*12=24	
	11.	1 0 1 0 1 1 1 2 1	2*2*12=48	
	12.	1 0 1 0 0 2 1 3 0	2*1* 4= 8	96
	13.	0 2 0 0 1 1 2 0 2	1*2* 6=12	
	14.	0 2 0 0 0 2 2 1 1	1*1*12=12	
*	15.	0 1 1=0 1 1 2 1 1	2*2*12=48	
	16.	0 1 1 0 0 2 2 2 0	2*1* 6=12	84

Výpočetní koutek

Ukončující podmínka při generování (vlastními slovy).

- ▶ Třídy k si seřadíme (opakující se první).
- ▶ Stejně třídy zleva vynecháme, co nejvíce nejvyšších karet naskládáme do ostatních tříd.
- ▶ Zbylé nižší karty po jedné skládáme do tříd zleva.

U 2,2,4 fixujeme 2,2. Do posledního sloupce dáme nejvyšší čtyři karty z AAKKKQQQ, tedy AAKK.

Vrátíme se zpět a do sloupců 2,2 dáváme postupně po jedné kartě z $K-Q_1-Q_2-Q_3$, tedy v prvním sloupci bude KQ_2 , v druhém Q_1Q_3 . To odpovídá poslednímu řádku předchozího snímku.

Výpočetní koutek

Pro strukturu na zkoumání výměny barev, např.

♠AAKK♥AAKK, dostáváme

$$\binom{(2,2,2,2)}{(3,3,1,1)} = 46$$

Je otázka, jestli prohození ♠ s ♥ nabízí nové kombinace či jen nové zobrazení na rozdání. Nutná asistence počítačů! Úvaha nad $\binom{(2,2)}{(2,1,1)} = 3$, když vyměníme A s K.

AA K K, AK A K, KK A A

KK A A, KA K A, AA K K

- ▶ KK A A: Odpovídá třetí kombinaci.
- ▶ AA K K: Odpovídá první kombinaci.
- ▶ KA K A: Odpovídá prohození sloupců druhého s třetím (již uváženo) a prohození karet v prvním sloupci (již uváženo).

Výpočetní koutek

- ▶ Počet rozkladů:

`https://math.stackexchange.com/questions/2856255/
partitioning-a-multiset-into-multisets-of-fixed-sizes`

- ▶ Stránka obsahuje kód pro Maple (Marko Riedel) a Sage (uživatel JJW5432).

- ▶ Nainstaloval jsem si Sage, kód stáhl a upravil: nechal jsem si proměnné vypsat.

- ▶ Musím spustit

`(cd /var/run; sudo chmod 777 docker.sock)`

- ▶ Poté spustím Sage přes Docker: `docker run -i -`

`v $PWD/marko-mal.sage:/home/sage/marko-`

`mal.sage sagemath/sagemath:latest sage marko-mal.sage`

Spuštěný kód vypadá takto:

A (A0, A1, A2, A3)

mono A0²*A1²*A2²*A3²

ms {3: 2, 1: 2}

Z 1/144*p[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]

+ 7/144*p[2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]

+ 5/48*p[2, 2, 1, 1, 1, 1]

+ 5/48*p[2, 2, 2, 1, 1]

+ 1/24*p[2, 2, 2, 2]

+ 1/36*p[3, 1, 1, 1, 1, 1]

+ 1/9*p[3, 2, 1, 1, 1]

+ 1/12*p[3, 2, 2, 1]

+ 1/36*p[3, 3, 1, 1]

+ 1/36*p[3, 3, 2]

+ 1/8*p[4, 2, 1, 1]

+ 1/8*p[4, 2, 2]

+ 1/12*p[6, 1, 1]

+ 1/12*p[6, 2]

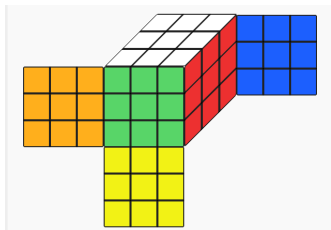
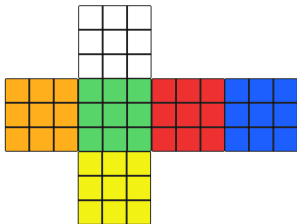
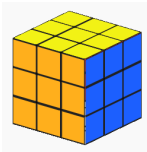
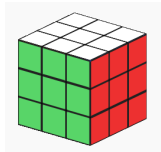
Hry, část XVI.

Rubikova kostka

- ▶ Božské číslo je 20 (Tom Rokicki, 2010).
T_EXisté ho znají (dvips).
- ▶ Nalezen Hamiltonovský cyklus,
<https://bruce.cubing.net/ham333/rubikhamiltonexplanation.html>.
- ▶ GAP, <https://www.gap-system.org/Doc/Examples/rubik.html>.
- ▶ Je daná Rubikova kostka řešitelná?
- ▶ Lze prohazovat středy ($6! = 720$)?

Výpočetní koutek

Výměna středů, nebo celých stran bez středů.



Výpočetní koutek

Wikipedie 24 ze 720. Já 12+12 za užití programu `rubiks_cubex` z balíku `rubiks`. Zkusit na ověření raději GAP?

(1, 2, 3, 4, 5, 6)	1	
(1, 3, 4, 5, 2, 6)	33	edge swapping
(1, 4, 5, 2, 3, 6)	61	
(1, 5, 2, 3, 4, 6)	73	edge swapping
(2, 1, 5, 6, 3, 4)	137	edge swapping
(2, 3, 1, 5, 6, 4)	148	
(2, 5, 6, 3, 1, 4)	213	
(2, 6, 3, 1, 5, 4)	224	edge swapping
(3, 1, 2, 6, 4, 5)	245	
(3, 2, 6, 4, 1, 5)	285	edge swapping
(3, 4, 1, 2, 6, 5)	290	edge swapping

(3, 6, 4, 1, 2, 5)	349	
(4, 1, 3, 6, 5, 2)	372	edge swapping
(4, 3, 6, 5, 1, 2)	431	
(4, 5, 1, 3, 6, 2)	436	
(4, 6, 5, 1, 3, 2)	476	edge swapping
(5, 1, 4, 6, 2, 3)	497	
(5, 2, 1, 4, 6, 3)	508	edge swapping
(5, 4, 6, 2, 1, 3)	573	edge swapping
(5, 6, 2, 1, 4, 3)	584	
(6, 2, 5, 4, 3, 1)	648	
(6, 3, 2, 5, 4, 1)	660	edge swapping
(6, 4, 3, 2, 5, 1)	688	
(6, 5, 4, 3, 2, 1)	720	edge swapping

Rubikova kostka $3 \times 3 \times 3$

$$\frac{8! \cdot 3^8}{3} \cdot \frac{12! \cdot 2^{12}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

corner parity · edge parity · overall parity



Rubikova kostka

- ▶ Srovnání některých velikostí, <https://www.youtube.com/watch?v=8cevWKDXPGY>.
- ▶ Nebo <https://hlavolam.maweb.eu/number-of-combinations-for-rubiks-cube>.
- ▶ Vzorec je

$$7! \cdot 3^6 \cdot (24 \cdot 2^{10} \cdot 12!)^{N \bmod 2} \cdot 24!^{\lfloor \frac{N-2}{2} \rfloor} \cdot \left(\frac{24!}{4!^6} \right)^{\lfloor (\frac{N-2}{2})^2 \rfloor}$$

- ▶ Pro $150 \times 150 \times 150$ dostáváme číslo o cca 86000 cifrách.

Generování čísla $[0;N]$ po cifrách

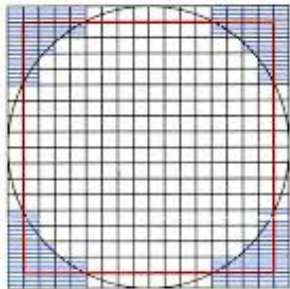
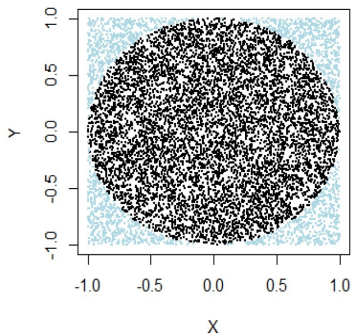
- ▶ (P)RNG

versus `random.org`.

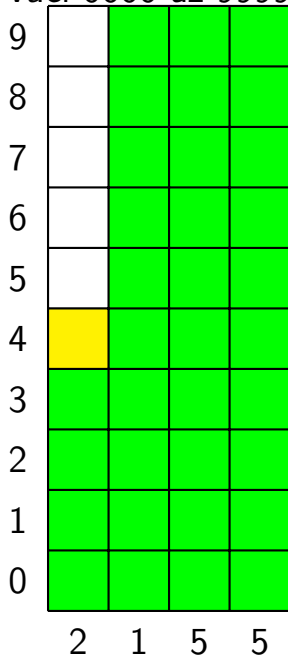
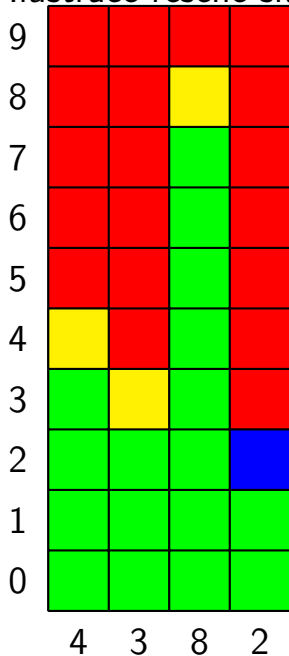
CRAN: `random`, Dirk Eddelbuettel.

- ▶ Testy náhodnosti,
balík testů `dieharder`,
já užiji test „baj oko“.

Výpočet π ve 2D (čtverec dva na dva, průměr dvě jednotky), počítáme body uvnitř a mimo kruh. Odhad π je 4 krát body uvnitř kruhu dělené všemi body.

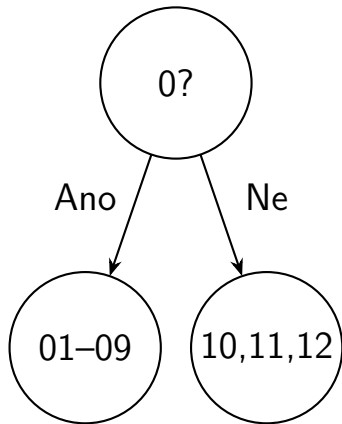
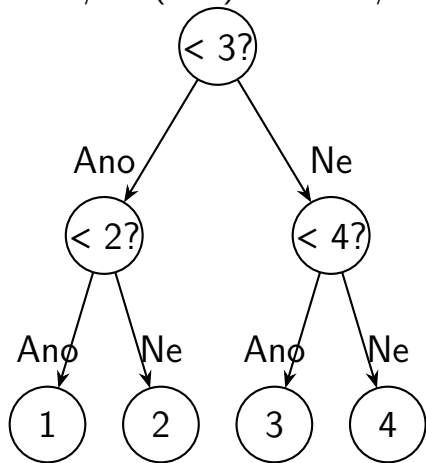


Ilustrace řešené situace vůči 0000 až 9999.



Rozhodovací strom

Číslo 12: nikoliv padesát na padesát u první cifry, ale 9/12 (1–9) versus 3/12 (10–12).



Výpočetní koutek

Ukázka chybně generovaného postupu bez vyřazení čísel.

Má být $100000/13 \doteq 7692$.

Je to $50000/10 = 5000$ (0–9) a $50000/3 \doteq 16667$ (10–12).

Generuji hodnoty od nuly po 12 ...

Čítač 100000

Kolikrát se hodnoty opakují [5038, 5004, 4998, 5048, 4942, 4956, 5015, 4998, 4913, 5191, 16576, 16866, 16455]

Kontrolní součet 100000

Úspěch u generování 1.0

Výpočetní koutek

Ukázka správného užití.

Má být a je to $100000/13 \doteq 7692$. Vyřazené hodnoty se mi pohybovaly do 55%.

Generuji hodnoty od nuly po 12 ...

Čítač 153543

Kolikrát se hodnoty opakují [7743, 7630, 7621, 7796, 7610, 7645, 7695, 7787, 7596, 7888, 7575, 7688, 7726]

Kontrolní součet 100000

Úspěch u generování 0.651283353848759

```

1 import random
2 random.seed(0)
3 hodnota=13
4 cislo=str(hodnota-1)
5 print("Generuji hodnoty od nuly po",cislo,"...")
6 kolik=10
7 delka=len(cislo)
8 prepina=False # True, False
9
10 def generuj():
11     while True:
12         odCisla=0
13         retezec=""
14         doCisla=int(cislo[0])
15         mensi=False
16         poradi=0
17         znovu=False
18         while poradi<delka:
19             nahodne=random.randint(odCisla,doCisla)
20             doCisla=9
21             if nahodne<int(cislo[poradi]):
22                 mensi=True
23             if nahodne<=int(cislo[poradi]) or mensi:
24                 retezec+=str(nahodne)
25             else:
26                 znovu=True
27                 break
28             if nahodne==int(cislo[poradi]) and poradi<delka-1 and not mensi and prepina: ## ZDE
29                 doCisla=int(cislo[poradi+1]) ## ZDE
30             poradi+=1
31         if not znovu:
32             nalezene=int(retezec)
33             if nalezene<hodnota:
34                 print(retezec)
35                 return()
36 for _ in range(kolik):
37     generuj()

```

```
1 set.seed(0); hodnota <- 13; cislo <- as.character(hodnota - 1)
2 print(paste("Generuji hodnoty od nuly po", cislo, "..."))
3 kolik <- 10; delka <- nchar(cislo); prepinac <- TRUE # TRUE, FALSE
4 - generuj <- function(){
5 - repeat{
6     odCisla <- 0; retezec <- ""; doCisla <- as.numeric(substr(cislo, 1, 1))
7     mensi <- FALSE; poradi <- 0; znovu <- FALSE
8 - while(poradi < delka){
9     nahodne <- sample(odCisla:doCisla, 1); doCisla <- 9
10    if(nahodne < as.numeric(substr(cislo, poradi + 1, poradi + 1))){mensi <- TRUE}
11 - if(nahodne <= as.numeric(substr(cislo, poradi + 1, poradi + 1)) || mensi){
12    retezec <- paste(retezec, nahodne, sep = "") } else {znovu <- TRUE; break }
13    if(nahodne == as.numeric(substr(cislo, poradi + 1, poradi + 1))
14 -    && poradi < delka - 1 && !mensi && prepinac){# ZDE
15    doCisla <- as.numeric(substr(cislo, poradi + 2, poradi + 2))# ZDE
16    }
17    poradi <- poradi + 1 }
18 - if(!znovu){
19    nalezene <- as.numeric(retezec)
20    if(nalezene < hodnota){print(retezec); return() }
21    } } }
22 for(i in 1:kolik){generuj() }
```

Generování čtyřciferného čísla

Nejlepší případ 0000–9999 (vyřadíme 0 %)

Nejhorší případ 0000–1000 (vyřadíme 90 %).

V průměru 45 % vyřazených hodnot.

Závěr: Chce to zkusit poměřit časově.

- + Číslo vyřadím na úrovni nejbližší možné cifry. Nemusí se generovat celé a následně poměřovat s N .
- + Stačí mi algoritmus na generování pseudonáhodných čísel/bitů 0 a 1. Z toho si libovolně velké číslo N složím.

Poznámky

- ▶ Můžeme takto chybně generovat všechna čísla, ale u některých vím, jakou část musím vyřadit následně (podmíněná pravděpodobnost).
- ▶ Python bere `return` i `return()`.
- ▶ Online konvertítko
<https://www.javainuse.com/py2r> příkaz `return` slepě přebralo a R se mi zacyklilo. U „ě“ bere chybně, u „í“ zahlásí chybu.
- ▶ Chtělo by to verzi pracující přímo s bity (nikoliv případně simulaci přes bajty 0 a 1).
- ▶ Je míchání Rubikovy kostky dle sekvence z [FBLRUD] dostatečně náhodné?
ToDo! Nutná rešerše a probádání!

Úvaha nad algoritmem

- ▶ Pokud obdržím 100 zamíchaných kostek.
- ▶ Převeru si je na kombinatorické číslo.
- ▶ Ty si seřídím od nejmenšího po největší.
- ▶ Počet možností zamíchání podělím 100 a získám délku sta úseků.
- ▶ Vyskytuje se v každém ze sta úseků přibližně jedno zamíchání?
- ▶ **Je možný výpočetní či statistický test?** Jak daleko je zvažovaná hodnota od středu svého teoretického úseku?
- ▶ Např. dvě čísla z $[0;100]$. První by mělo být v $[0;50]$, druhé v $[50;100]$, středy mají 25 a 75...

Editor SciTE + R závěrem

- ▶ Instalace např. `sudo apt install scite` (spuštění přes `scite`), nebo,
- ▶ `flatpak install flathub org.scintilla.SciTE` (spuštění přes `flatpak run org.scintilla.SciTE`).
- ▶ V tomto editoru je v `/usr/share/scite/SciTEGlobal.properties` nutné na konci souboru z filtru vyhodit jazyk R.
- ▶ Pro spuštění (klávesa F5) jsem si v `~/.SciTEUser.properties` přidal `command.go.$(file.patterns.r)=Rscript $(FileNameExt)`.

Děkuji za pozornost!



Obrázek pozadí: <https://aperiodical.com/2023/03/an-aperiodic-monotile-exists>