# Použití modifikovaného LN5 rozdělení v hydrologii a klimatologii

Ladislav Budík
Český hydrometeorologický ústav
Pobočka Brno
Jan Holub
Ústav matematiky a statistiky
Přírodovědecká fakulta MU Brno

Statistické dny 2023, 19. 5. – 21. 5. 2023

Osnova

Empirická a teoretická křivka překročení, funkce přežití
Rozdělení LN5 a jeho modifikace mLN5
Metody odhadu parametrů
Příklady aplikace mLN5
Závěr

# Empirická a teoretická křivka překročení, funkce přežití

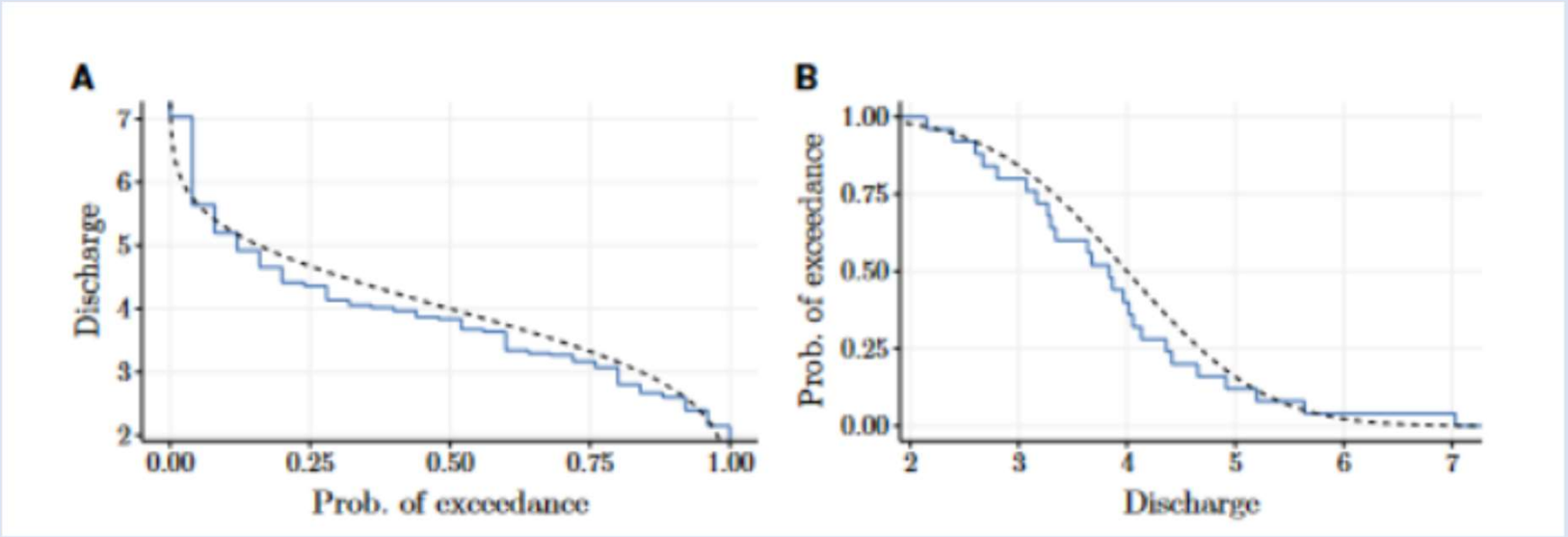
V hydrologii a klimatologii je jedním ze základních nástrojů při analýze dat křivka překročení. V jiných oblastech, např. v medicíně, se používá křivka přežití. Tyto termíny se často používají při studiu extrémních událostí, jako jsou povodně, zemětřesení nebo pády na burze.

**Empirická křivka překročení** ukazuje vztah mezi sestupnými hodnotami dané proměnné (na svislé ose) a odhadovanými pravděpodobnostmi překročení těchto hodnot (na vodorovné ose). Pravděpodobnost překročení daného prahu se odhaduje jako relativní četnost těch hodnot v souboru dat, které jsou nad tímto prahem.

**Teoretická křivka překročení** je založena na modelu rozdělení pravděpodobnosti sledované proměnné. Kvantily zvoleného rozdělení pravděpodobnosti jsou uspořádány sestupně na svislé ose a pravděpodobnosti překročení těchto kvantilů jsou vyneseny ve stejném pořadí na vodorovnou osu. Teoretickou křivku překročení lze použít k odhadu pravděpodobnosti odlehlých hodnot mimo rozsah dostupných údajů.

**Funkce přežití** je inverzní funkcí teoretické křivky překročení. Vyjadřuje pravděpodobnost, že realizace sledované proměnné bude větší než daná hodnota. Funkce přežití je nezbytná pro analýzu pravděpodobnosti přežití nebo doby přežití v různých oblastech.

Stručně řečeno, zatímco empirická křivka překročení je založena na naměřených datech, teoretická křivka překročení je založena na modelu základního rozdělení pravděpodobnosti a funkce přežití je inverzní křivkou překročení. Získání nejlepší teoretické křivky překročení je nezbytné pro odhad velikosti extrému události s danou pravděpodobností překročení.


A
Discharge
7
6
5
4
3
2
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
Prob. of exceedance
B
Prob. of exceedance
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
2
3
4
5
6
7
Discharge

# Pětiparametrické log-normální rozdělení LN5 a jeho modifikace mLN5

$X \sim N(\mu, \sigma^2),\ a > 0, b > 0, y_0 \in R$

Definice rozdělení LN3:

$Y = e^X + y_0,\ Y \sim LN3(\mu, \sigma^2, y_0)$

Definice rozdělení LN5:

$Y = a \cdot \exp(\operatorname{sgn} X \cdot |X|^b + y_0),\ Y \sim LN5(a, b, \mu, \sigma^2, y_0),\ \boldsymbol{\theta} = (a, b, \mu, \sigma^2, y_0)^T$

Hustota pravděpodobnosti:

$$f(y, \boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{\ln^{\frac{1-b}{b}}\left(\frac{a}{y-y_0}\right)}{b(y-y_0)} \cdot \exp\left\{-\frac{\left(-\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{a}{y-y_0}\right)-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right\}, & y \in (y_0, y_0+a), \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{\ln^{\frac{1-b}{b}}\left(\frac{y-y_0}{a}\right)}{b(y-y_0)} \cdot \exp\left\{-\frac{\left(\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{y-y_0}{a}\right)-\mu\right)^2}{2\sigma^2}\right\}, & y \in (y_0+a, \infty), \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

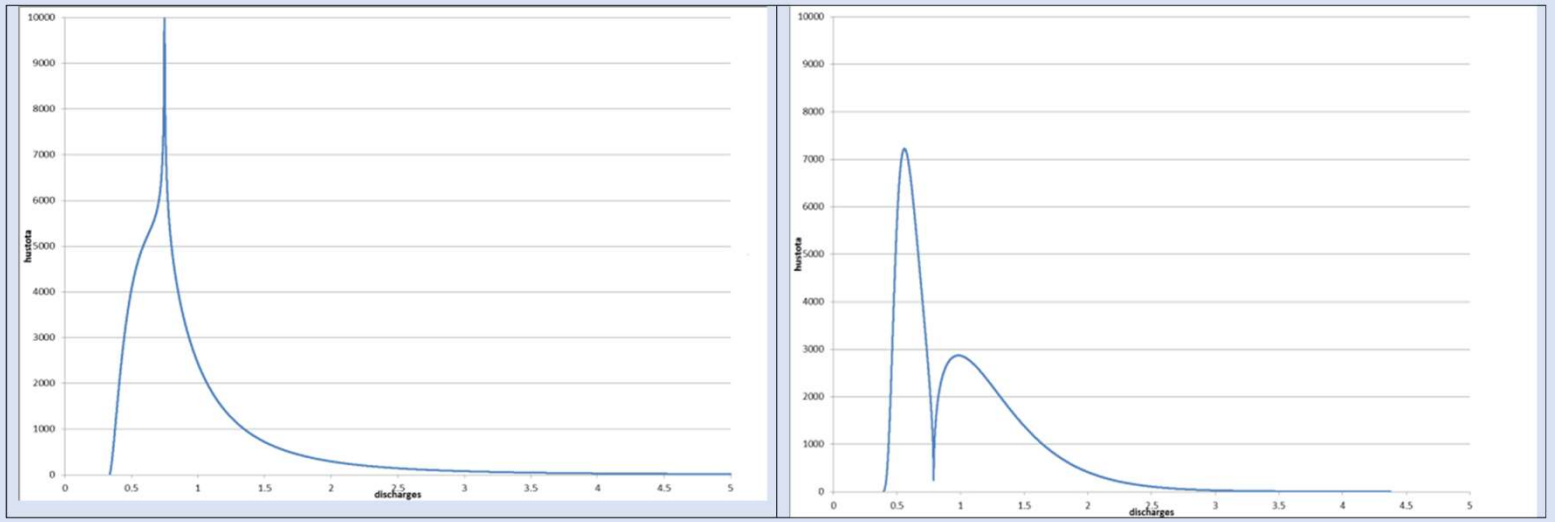
Distribuční funkce:

$$F(y,\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} 0, & y \in (-\infty,\ y_0), \\ \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{-\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{a}{y-y_0}\right)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y \in [y_0,\ a+y_0), \\ \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{y-y_0}{a}\right)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y \in [a+y_0,\ \infty), \end{cases}$$

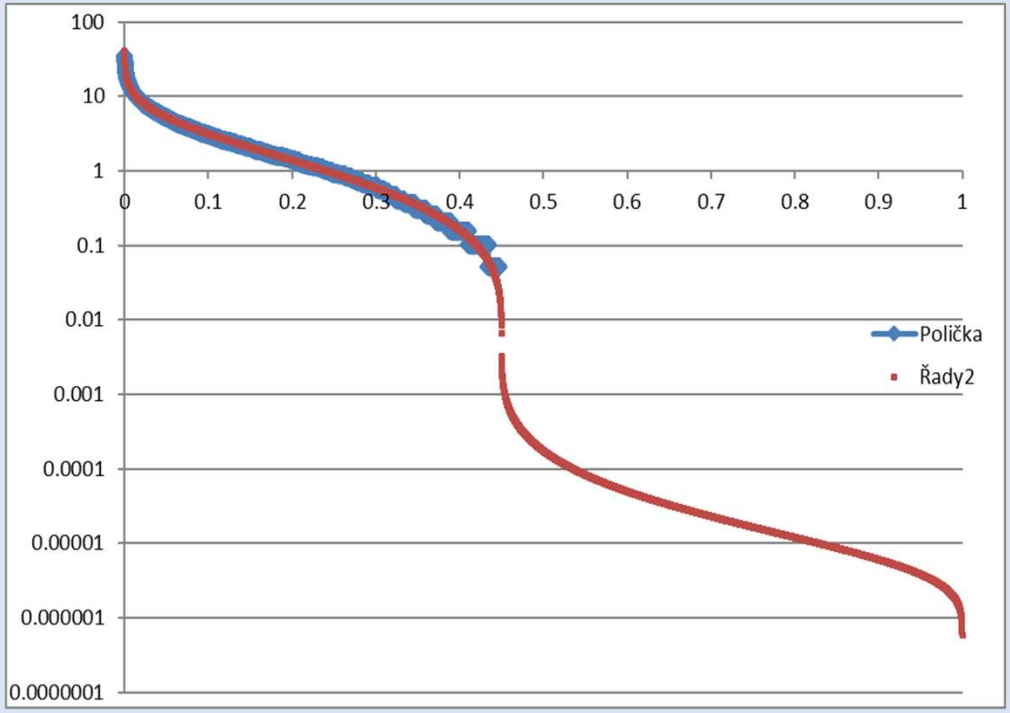
Kvantilová funkce:

$$F^{-1}(\alpha,\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} a\exp\left\{-\left[-\mu-\sqrt{2}\sigma\operatorname{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right]^b\right\}+y_0, & 0<\alpha<\frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], \\ a\exp\left\{\left[\mu+\sqrt{2}\sigma\operatorname{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right]^b\right\}+y_0, & \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]\le\alpha<1, \end{cases}$$

Příklady průběhu hustot LN5 pro b < 1 a b > 1



Někdy se takový průběh hustoty může i hodit. Např. křivku překročení denních srážkových úhrnů jsme dosud uměli vytvořit jen pro srážkové dny. Tento průběh umožní zobrazit vše, tedy i počty „suchých„ dnů.



Definice rozdělení mLN5:

$$Y = \begin{cases} a \cdot \exp\left(\text{sign}X \cdot |X|^{b}\right) + y_0, & |X| \geq 1 \\ a \cdot \exp\left(\text{sign}X \cdot |X|^{b+(1-b)(1-|X|)}\right) + y_0, & |X| < 1 \end{cases}$$

Odvození hustoty pravděpodobnosti:

Zaveďme intervaly

$$G_1 = (-\infty, -1),$$
$$G_2 = (-1, 0),$$
$$G_3 = (0, 1),$$
$$G_4 = (1, \infty).$$

Na těchto intervalech definujme funkci $t(\cdot) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ danou předpisem:

$$t(x) = \begin{cases} t_1(x) = a\exp\left\{-(-x)^b\right\} + y_0, & x \in G_1, \\ t_2(x) = a\exp\left\{-(-x)^{b+(1-b)(1+x)}\right\} + y_0, & x \in G_2, \\ t_3(x) = a\exp\left\{x^{b+(1-b)(1-x)}\right\} + y_0, & x \in G_3, \\ t_4(x) = a\exp\left\{x^b\right\} + y_0, & x \in G_4. \end{cases}$$

V tom případě obrazy intervalů $G_1$, $G_2$, $G_3$ a $G_4$, které označíme $H_1$, $H_2$, $H_3$, $H_4$, jsou

$$
\begin{aligned}
H_1 &= t(G_1) = \left(y_0,\ ae^{-1} + y_0\right),\\
H_2 &= t(G_2) = \left(ae^{-1} + y_0,\ a + y_0\right),\\
H_3 &= t(G_3) = \left(a + y_0,\ ae + y_0\right),\\
H_4 &= t(G_4) = \left(ae + y_0,\ \infty\right).
\end{aligned}
$$

Dále nechť

$$
\begin{aligned}
\tau_1(\cdot) : H_1 \to G_1 &= \left(y_0,\ ae^{-1} + y_0\right) \to (-\infty, -1) \text{ je inv. funkce k } t(x) \text{ na } H_1,\\
\tau_2(\cdot) : H_2 \to G_2 &= \left(ae^{-1} + y_0,\ a + y_0\right) \to (-1,\ 0) \quad \text{je inv. funkce k } t(x) \text{ na } H_2,\\
\tau_3(\cdot) : H_3 \to G_3 &= \left(a + y_0,\ ae + y_0\right) \to (0,\ 1) \quad \text{je inv. funkce k } t(x) \text{ na } H_3,\\
\tau_4(\cdot) : H_4 \to G_4 &= \left(ae + y_0,\ \infty\right) \to (1,\ \infty) \quad \text{je inv. funkce k } t(x) \text{ na } H_4.
\end{aligned}
$$

Pak hustota má tvar:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \ln^{\frac{1}{b}} \left( \frac{a}{y-y_0} \right) + \mu \right]^2 \right\} |\tau_1'(y)|, & y \in H_1, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [\tau_2(y) - \mu]^2 \right\} |\tau_2'(y)|, & y \in H_2, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [\tau_3(y) - \mu]^2 \right\} |\tau_3'(y)|, & y \in H_3, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[ \ln^{\frac{1}{b}} \left( \frac{y-y_0}{a} \right) - \mu \right]^2 \right\} |\tau_4'(y)|, & y \in H_4, \\ 0, & jinak, \end{cases}$$

Distribuční funkce:

$$F(y)=\begin{cases}0, & y\in(-\infty,\ y_0),\\ \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{-\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{a}{y-y_0}\right)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y\in\left[y_0,\ ae^{-1}+y_0\right),\\ \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{\tau_2(y)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y\in\left[ae^{-1}+y_0,\ a+y_0\right),\\ \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{\tau_3(y)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y\in\left[a+y_0,\ ae+y_0\right),\\ \frac{1}{2}\left[1+\operatorname{erf}\left(\frac{\ln^{\frac{1}{b}}\left(\frac{y-y_0}{a}\right)-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right], & y\in\left[ae+y_0,\ \infty\right),\end{cases}$$

Kvantilová funkce:

$$F^{-1}(\alpha) = \begin{cases} a\exp\left\{-\left(-\mu-\sqrt{2}\sigma\mathrm{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right)^{b}\right\}+y_0, & \alpha\in I_1,\\ t_2\left(\mu+\sqrt{2}\sigma\mathrm{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right), & \alpha\in I_2,\\ t_3\left(\mu+\sqrt{2}\sigma\mathrm{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right), & \alpha\in I_3,\\ a\exp\left\{\left(\mu+\sqrt{2}\sigma\mathrm{erf}^{-1}(2\alpha-1)\right)^{b}\right\}+y_0, & \alpha\in I_4, \end{cases}$$

*kde*

$$t_2(x) = a\exp\left\{-(-x)^{b+(1-b)(1+x)}\right\}+y_0,$$

$$t_3(x) = a\exp\left\{x^{b+(1-b)(1-x)}\right\}+y_0,$$

*intervaly*

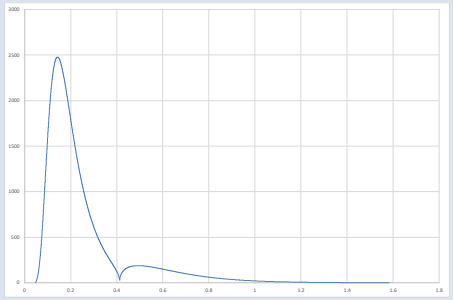
$$I_1 = \left(0,\ \tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{-1-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]\right),$$

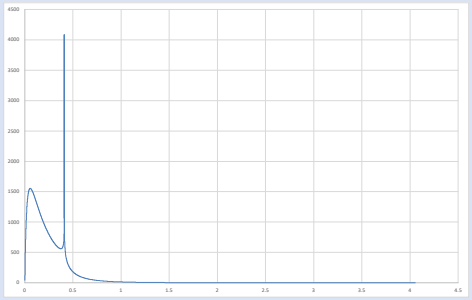
$$I_2 = \left[\tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{-1-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right],\ \tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]\right),$$

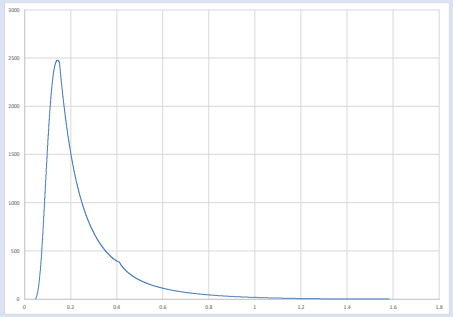
$$I_3 = \left[\tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right],\ \tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{1-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right]\right),$$

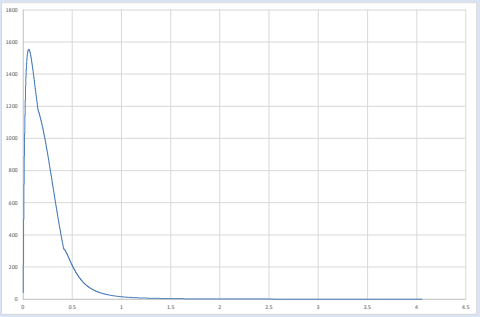
$$I_4 = \left[\tfrac{1}{2}\left[1+\mathrm{erf}\left(\tfrac{1-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)\right],\ 1\right).$$

# Příklady tvaru hustot pro b<1 a b>1, transformace LN5 a mLN5









**Alternativní parametrizace LN5 a mLN5**

Kvůli zlepšení numerických vlastností metod odhadu parametrů zavedeme následující parametrizaci:

$$\mu' = \frac{\mu}{\sigma}, \sigma' = \sigma^b$$

Pak rozdělení LN5 má tvar:

$$Y = a \exp\left\{\mathrm{sgn}(U + \mu')\sigma'|U + \mu'|^b\right\} + y_0$$

a rozdělení mLN5 je tvaru:

$$Y = \begin{cases} a \exp\left\{\mathrm{sgn}(U + \mu')\sigma'|U + \mu'|^b\right\} + y_0, & |X| \geq 1 \\ a \exp\left\{\mathrm{sgn}(U + \mu')|U + \mu'|^{b+(1-b)(1-|X|)}(\sigma')^{(1+(\frac{1}{b}-1)(1-|X|))}\right\} + y_0, & |X| < 1 \end{cases}$$

přičemž U ~ N(0, 1).

Poznámka k parametru $y_0$: U teoretických křivek teplot vzduchu lépe funguje jako bod, kolem nějž křivku s pomocí parametru a otáčíme. U srážek a průtoků se ukazuje, že $y_0$ je nejspíše rovno 0 (nulový posun).

# Metody odhadu parametrů

n … celkový počet měření

$y_i$ … i-té měření

$y_{ti}$ … i-tá teoretická hodnota

$p_i = \frac{i}{n+1}$ … pravděpodobnost překročení hodnoty $y_i$ na empirické křivce překročení

$p_{ti} = F(y_i;\boldsymbol{\theta})$ … pravděpodobnost překročení hodnoty $y_{ti}$ na teoretické křivce překročení

$u_i = \frac{1}{\sigma}(\tau(y_i, a, b, y_0) - \mu)$ … zpětná transformace hodnoty $y_i$ na standardizované normální rozdělení, kde $\tau$ je inverzní funkce k funkci t použité při odvozování hustoty mLN5

$u_{ti} = \Phi^{-1}(p_i)$ … transformace pravděpodobnosti $p_i$ na standardizované normální rozdělení

## Metoda relativních nejmenších čtverců

Tato metoda hledá parametry křivky překročení tak, aby výraz $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - y_{ti}}{y_i}\right)^2$ nabýval minimální hodnoty. Minimalizují se tedy čtverce relativních odchylek empirické a teoretické křivky překročení vzhledem k ose y.

**Metoda nejmenších čtverců se zpětnou transformací**

Při použití metody nejmenších čtverců minimalizujeme výraz $\sum_{i=1}^{n}(u_i - u_{ti})^2$ . Jde tedy o minimalizaci odchylek empirické a teoretické křivky překročení vzhledem k ose y.

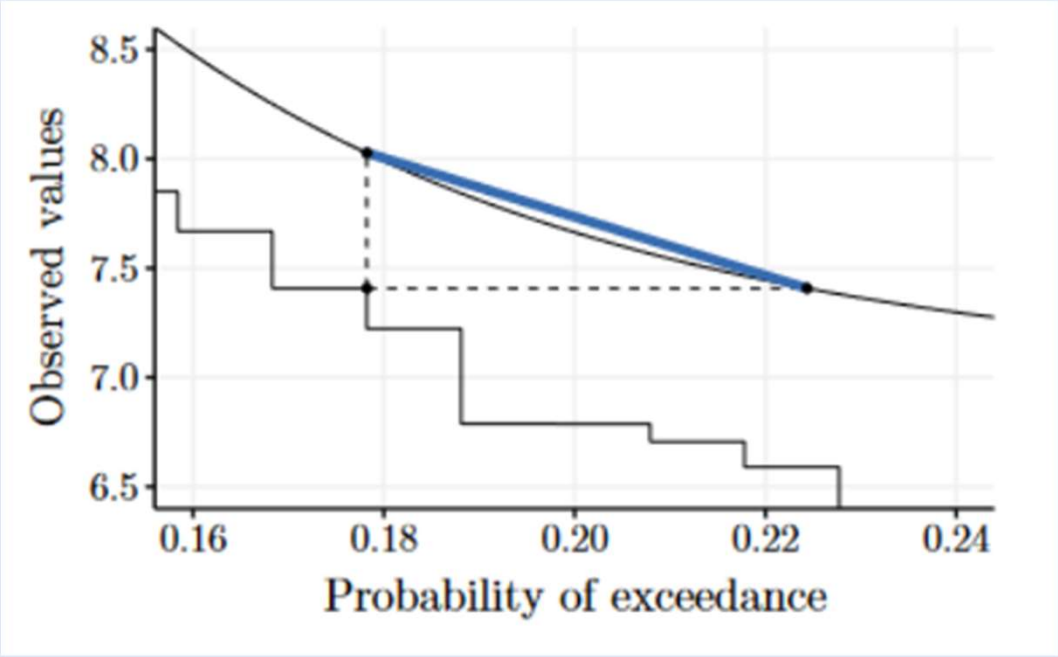
**Metoda optimalizace pravděpodobností**

Hledáme parametry křivky překročení tak, aby výraz $\sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{ti})^2$ nabýval svého minima. Dochází tedy k minimalizaci čtverců odchylek pravděpodobností překročení empirických a teoretických hodnot vzhledem k ose x.

**Trojúhelníková metoda**

Tato metoda vychází z kombinace metody relativních nejmenších čtverců (resp. metody nejmenších čtverců se zpětnou transformací) a metody optimalizace pravděpodobností. Minimalizuje se výraz: $\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i - y_{ti}}{y_i}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{ti})^2$ (resp. výraz $\sum_{i=1}^{n}(u_i - u_{ti})^2 + \sum_{i=1}^{n}(p_i - p_{ti})^2$ .

Ilustrace trojúhelníkové metody:




**Metoda maximální věrohodnosti** – zde není použita.

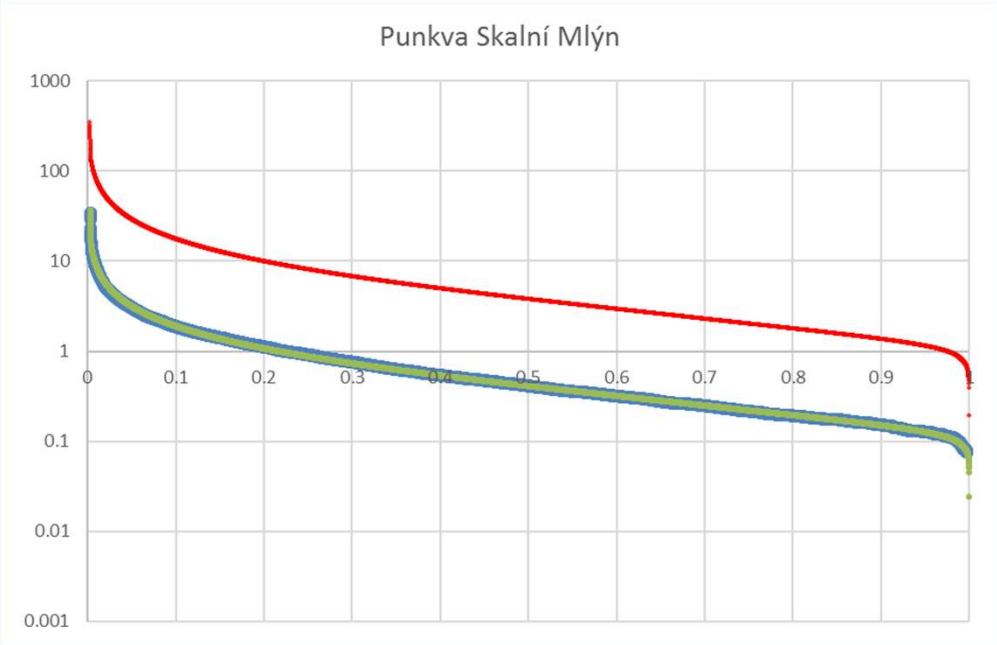
Poznámka k parametru $y_0$: U teoretických křivek teplot vzduchu lépe funguje jako bod, kolem nějž křivku s pomocí parametru a otáčíme. U srážek a průtoků se ukazuje, že $y_0$ je nejspíše rovno 0 (nulový posun).

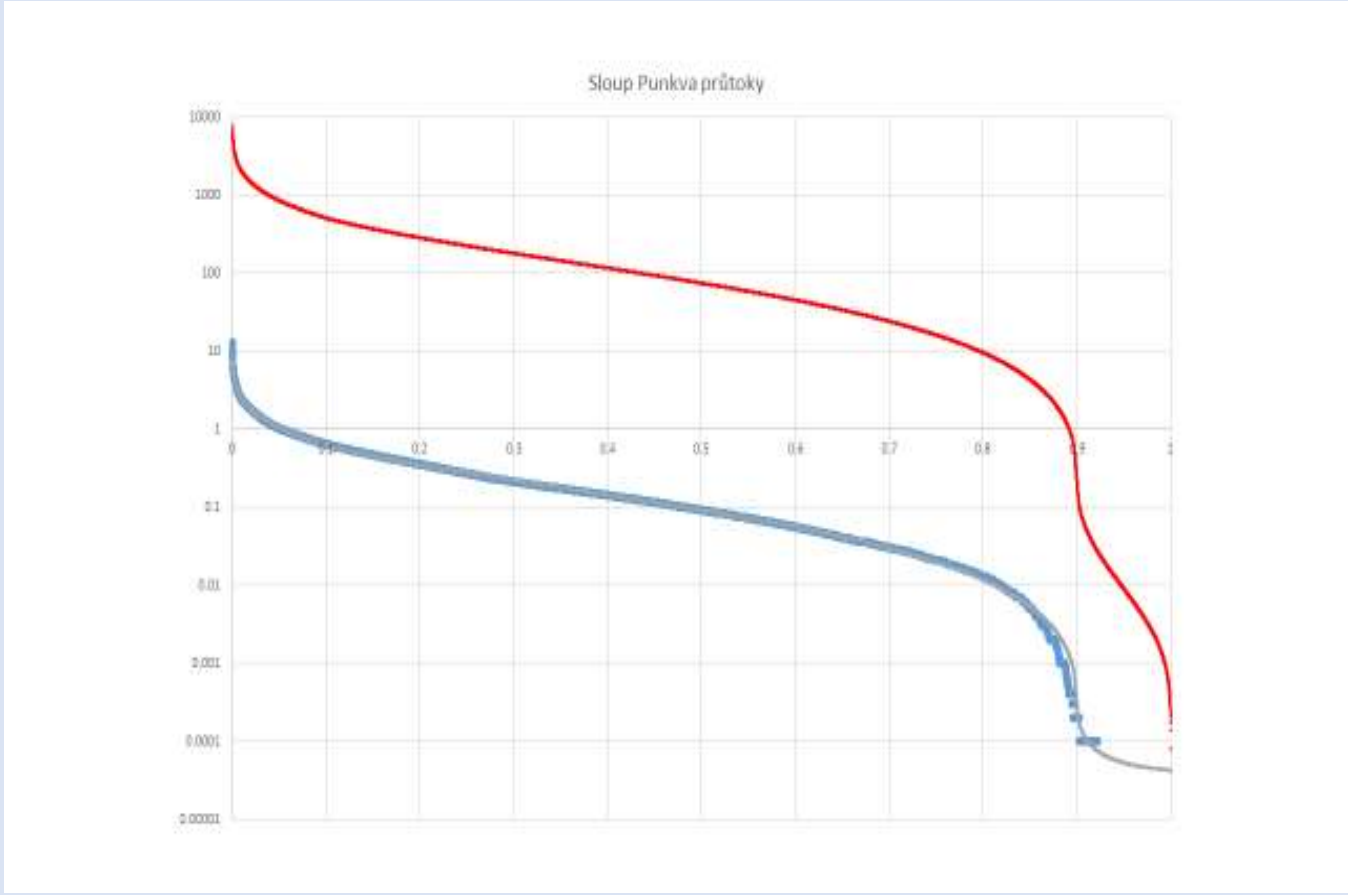
V následujícím vztahu je zahrnuta i možnost rotace, která je potřebná pro prokládání teplot zároveň s úpravou pro extrémní σ a μ . Tato úprava umožňuje zvládat proložení různě asymetrických až symetrických dat. Počet parametrů je stále 5.

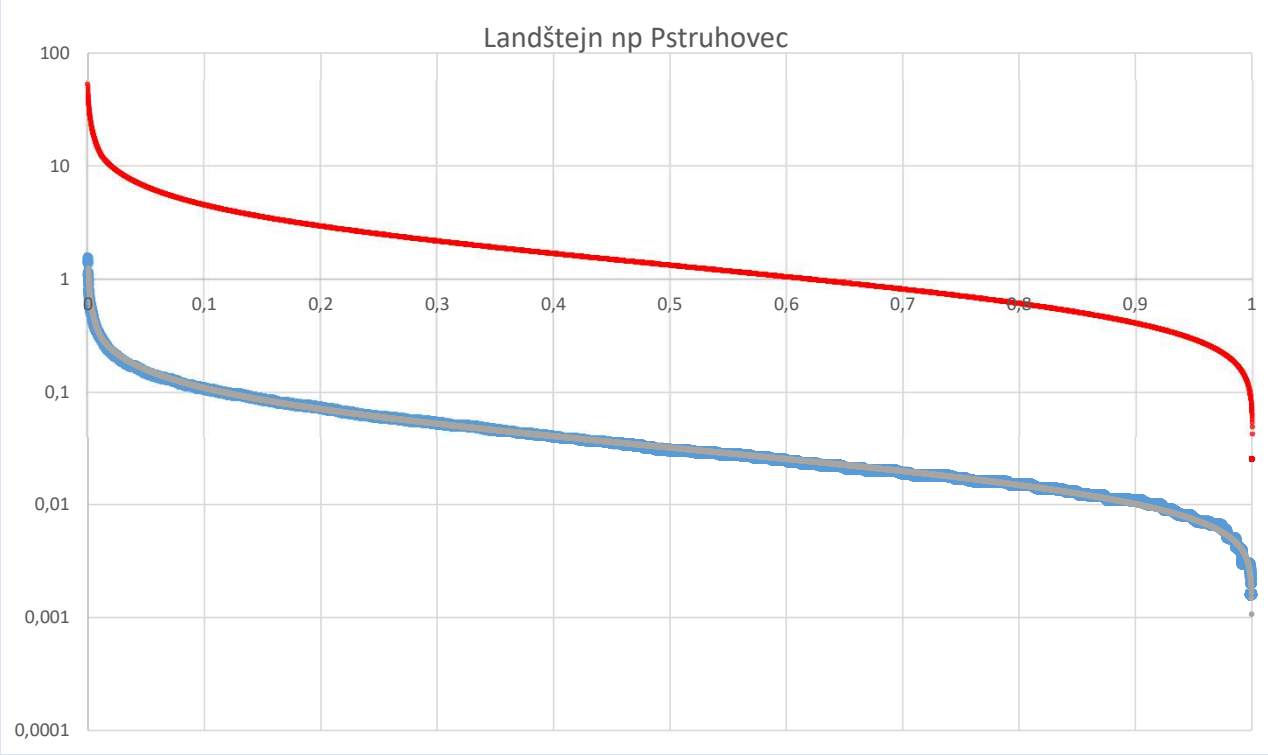
$$Y = \{a\bar{Y}\left[e^{\left(x+\frac{\mu}{\sigma}\right)^{b}\sigma^{b}}\right] - a.y_0'\} \text{ , pro } |X| \geq 1$$

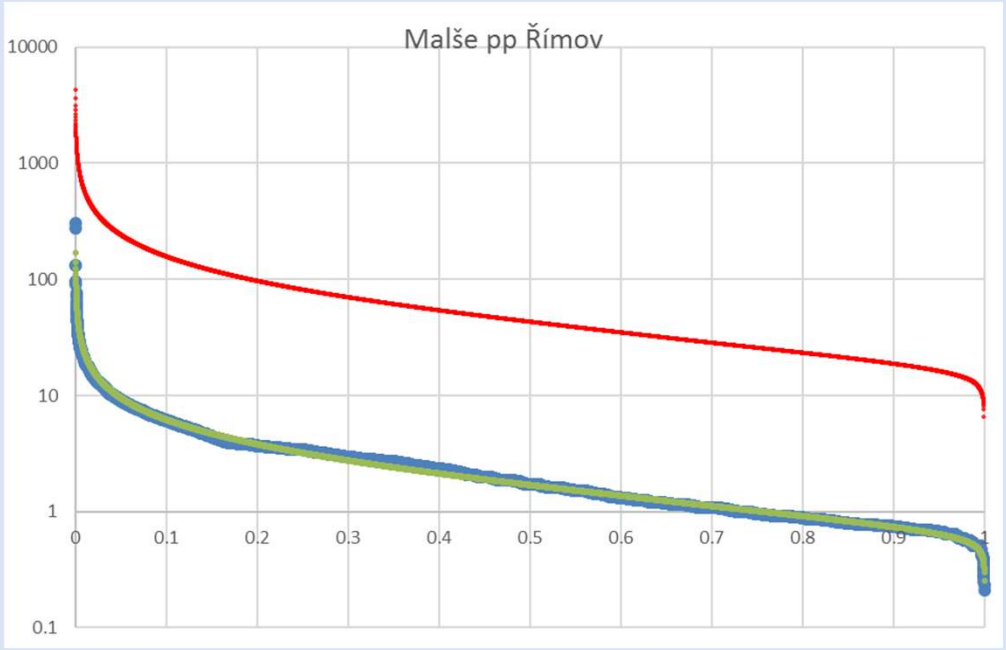
$$Y = \{a\bar{Y}\left[e^{\left(x+\frac{\mu}{\sigma}\right)^{b+(1-b)(1-|x\sigma+ \ |}\sigma^{b+(1-b)(1-|x\sigma+\mu|}\right] - a.y_0'\} \text{ ,pro } |X| < 1$$

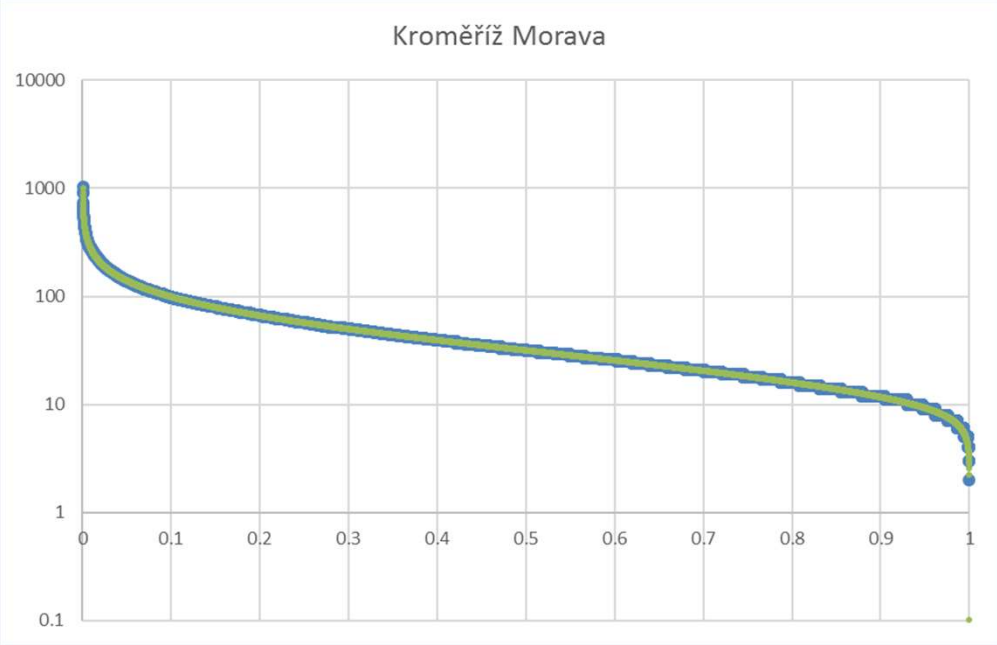
# Příklady užití

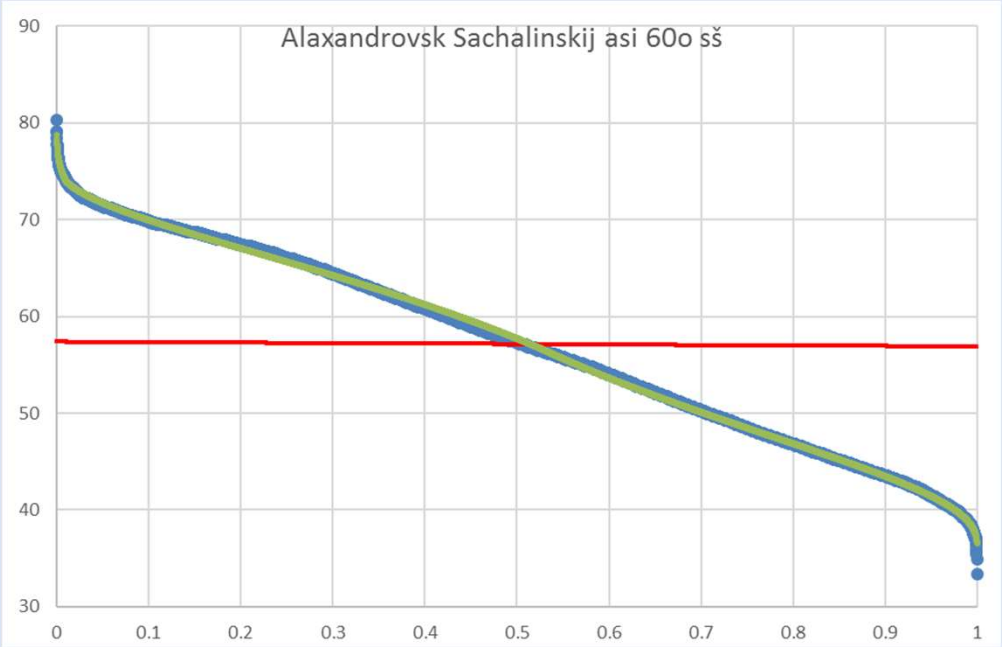


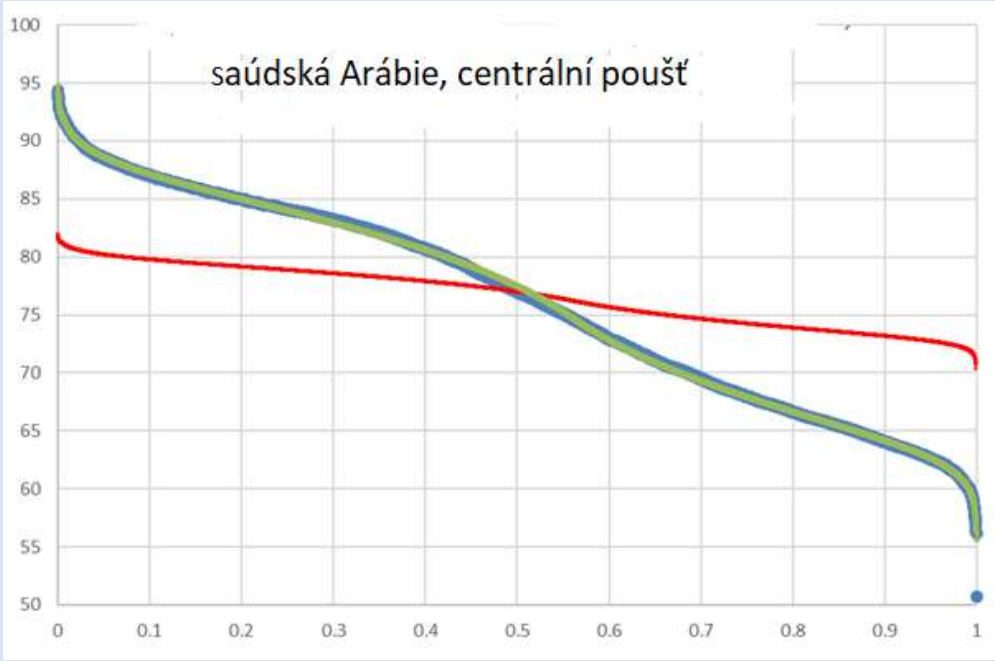

Sloup Punkva průtoky
10000
1000
100
10
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
0.00001
0
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8

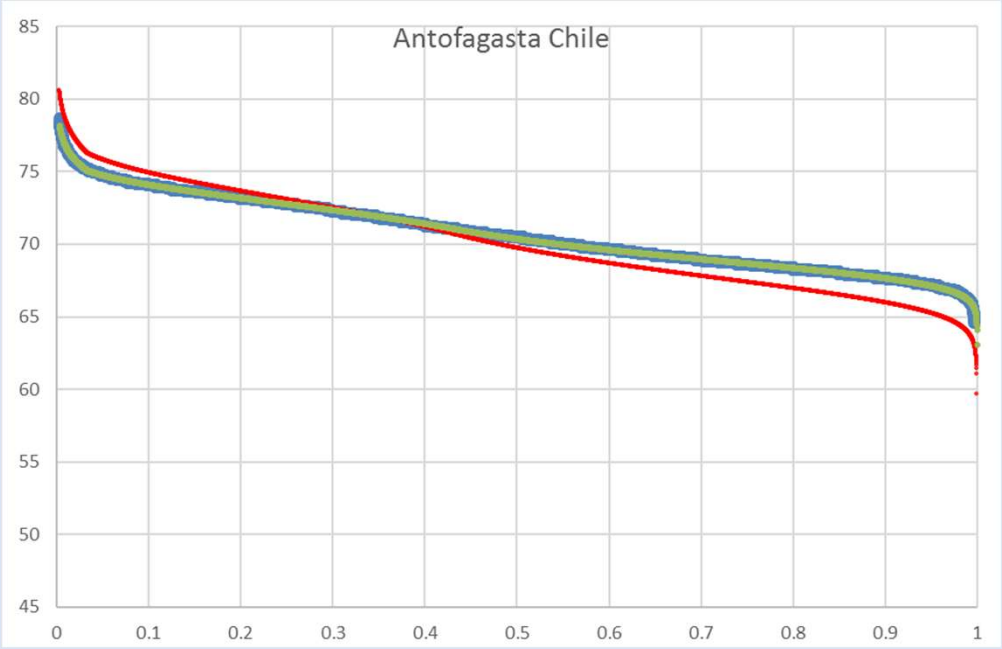

Landštejn np Pstruhovec
100
10
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

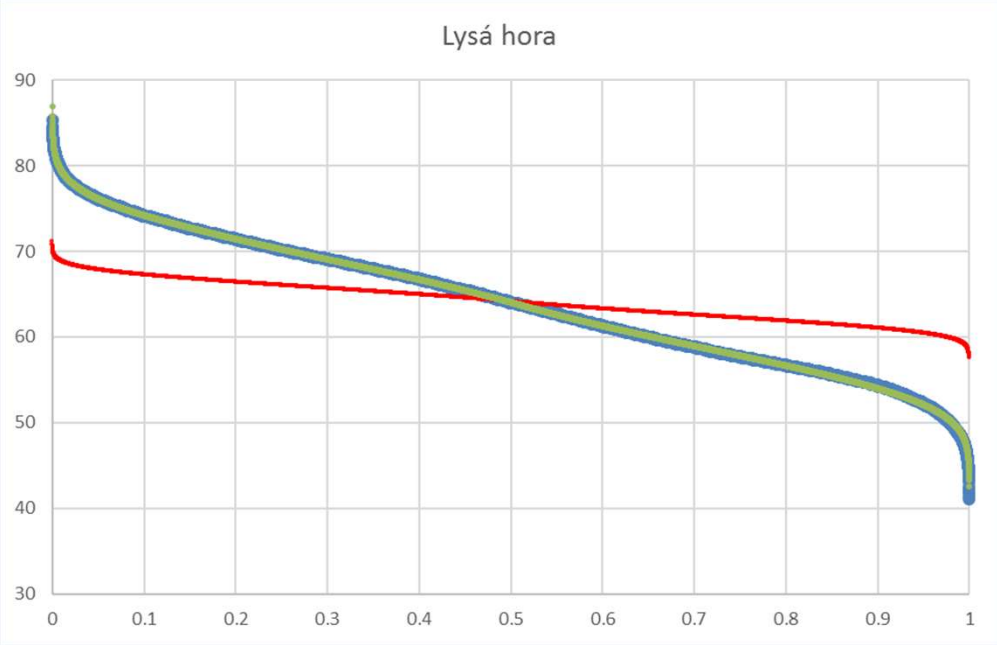

Malše pp Římov
10000
1000
100
10
1
0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

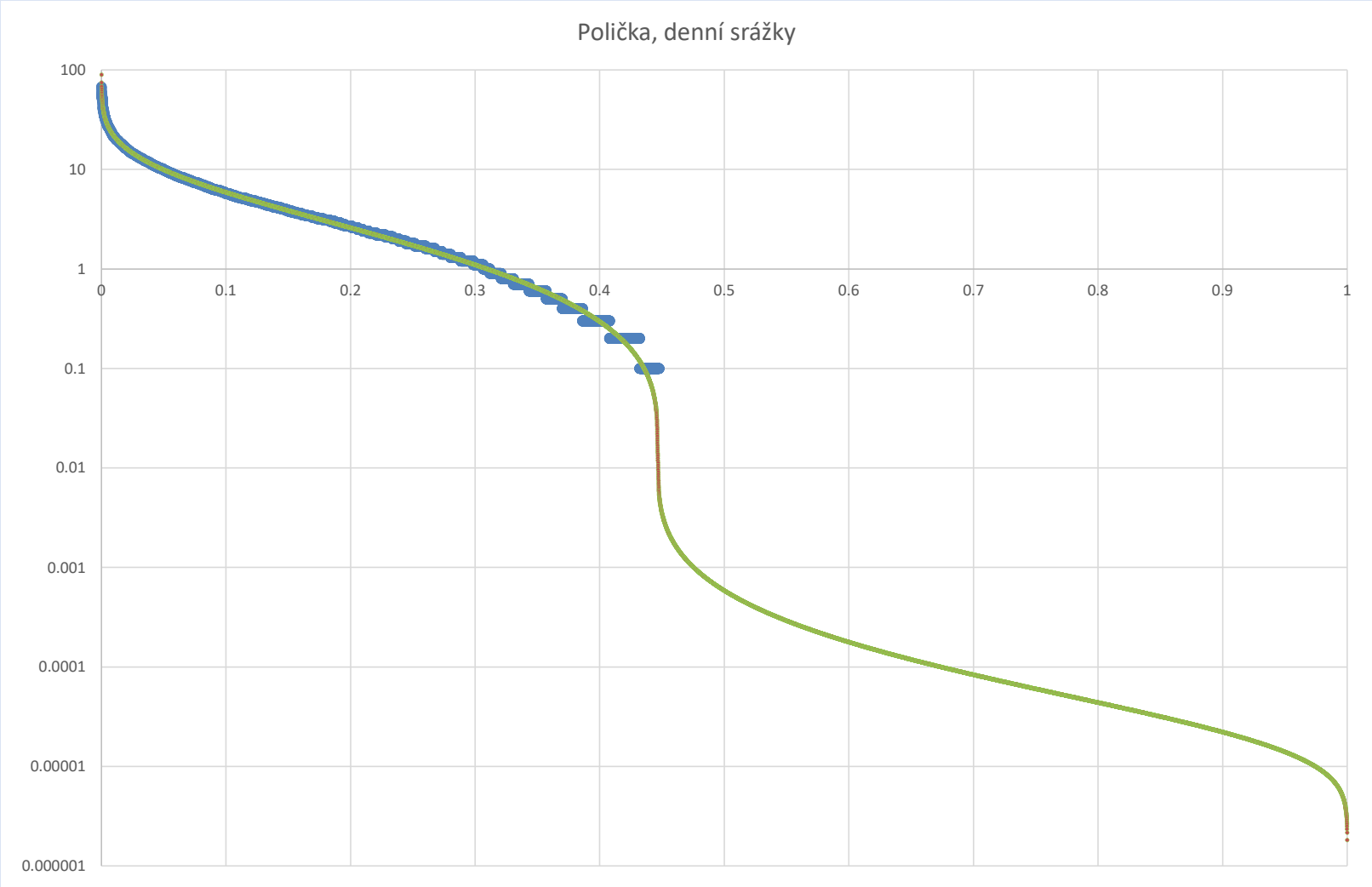

Kroměříž Morava
10000
1000
100
10
1
0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

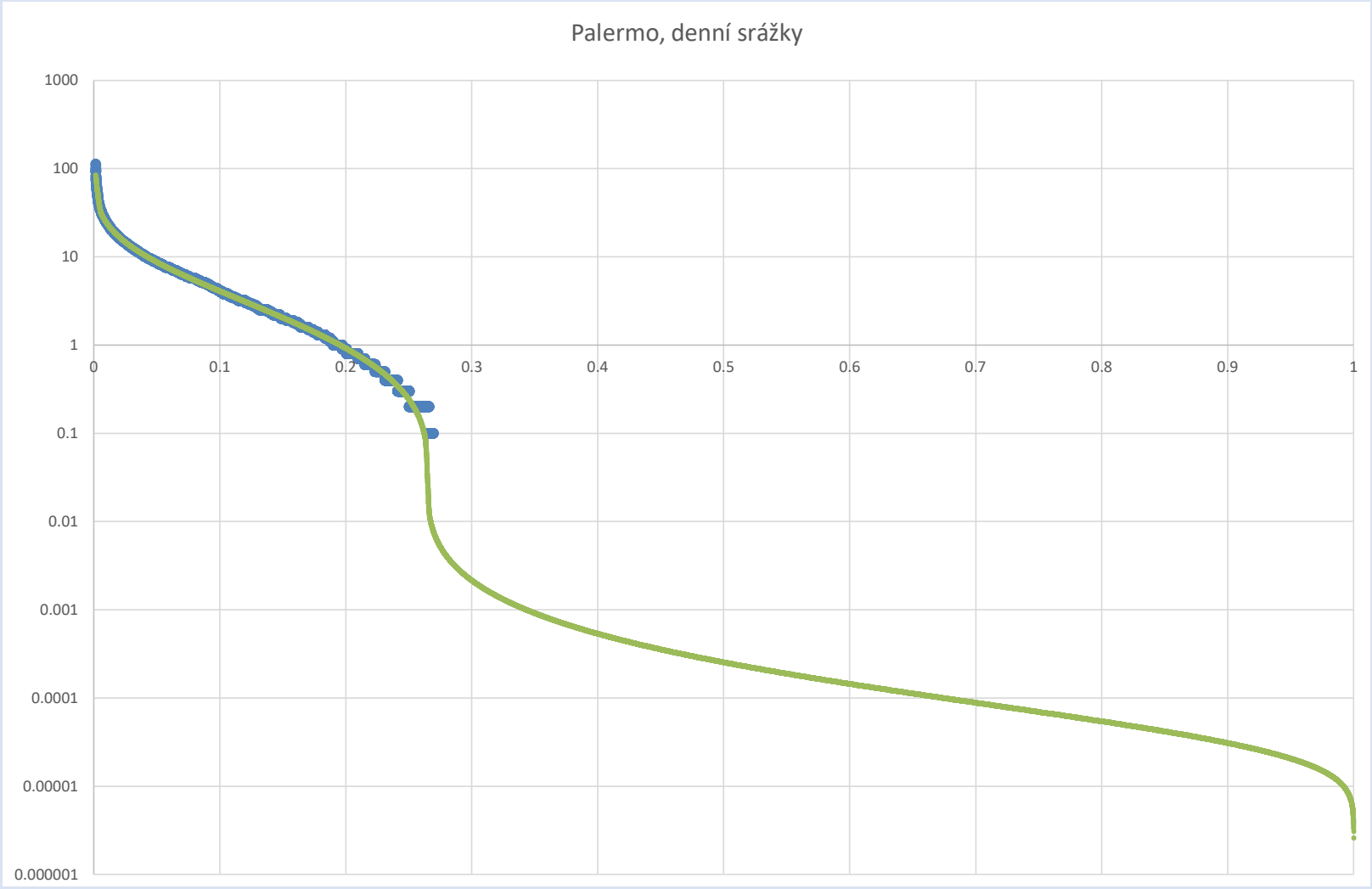

Alaxandrovsk Sachalinskij asi 60o sš
90
80
70
60
50
40
30
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

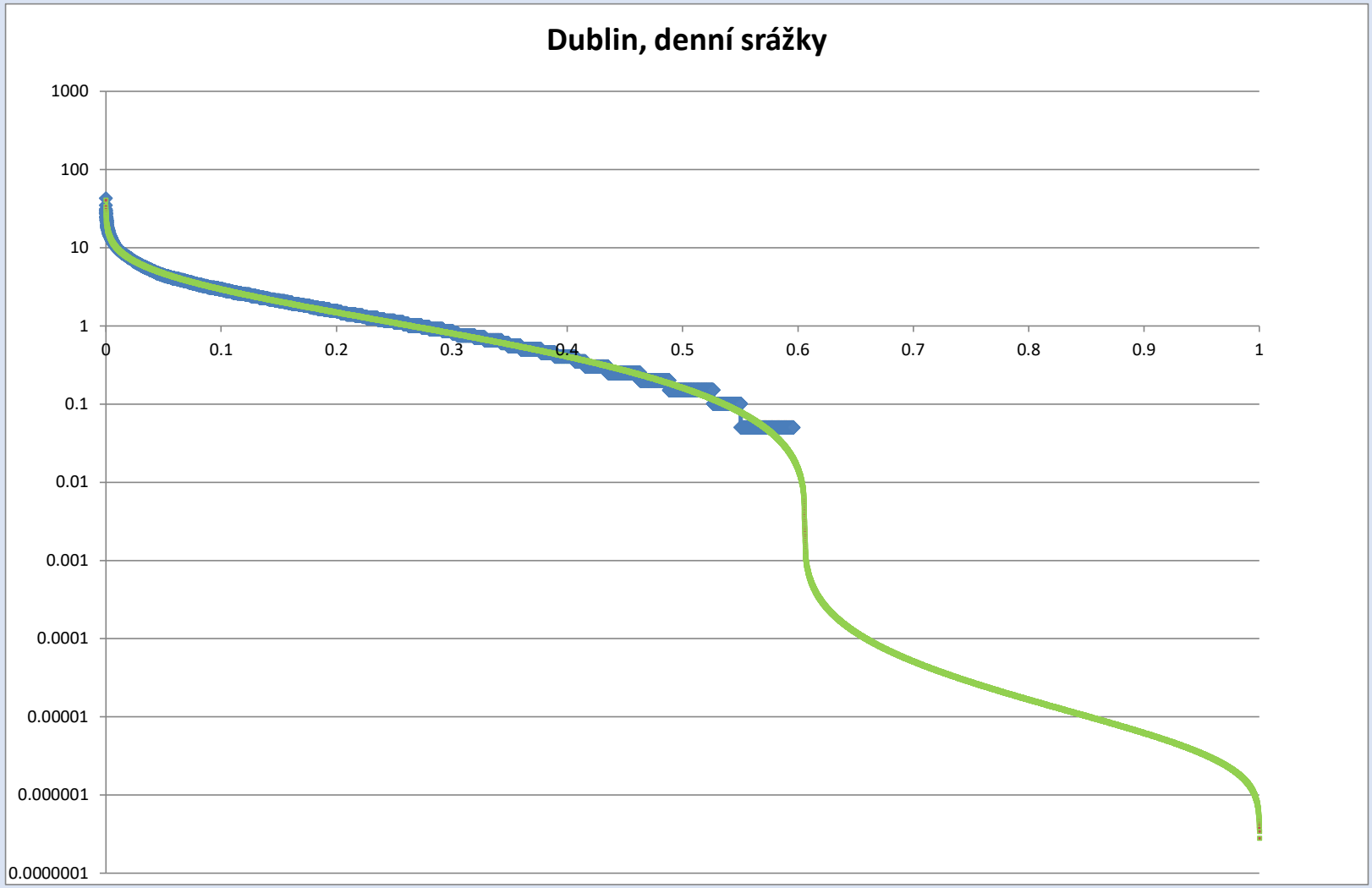

saúdská Arábie, centrální poušť
100
95
90
85
80
75
70
65
60
55
50
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

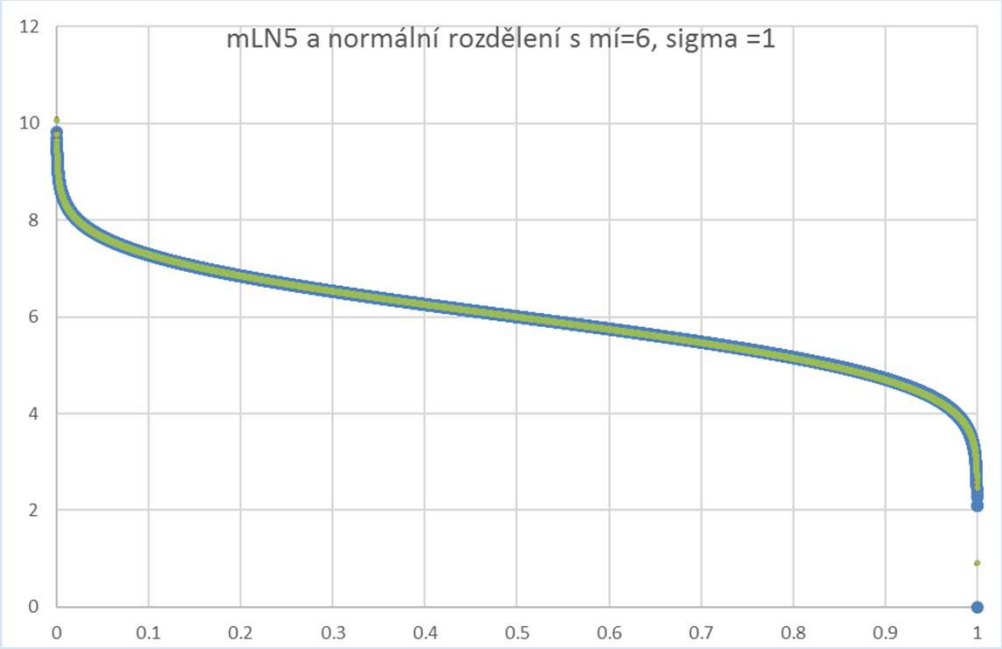

Antofagasta Chile
85
80
75
70
65
60
55
50
45
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1


Lysá hora
90
80
70
60
50
40
30
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1


Polička, denní srážky
100
10
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
0.00001
0.000001
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1


Palermo, denní srážky
1000
100
10
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
0.00001
0.000001
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1


Dublin, denní srážky
1000
100
10
1
0.1
0.01
0.001
0.0001
0.00001
0.000001
0.0000001
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

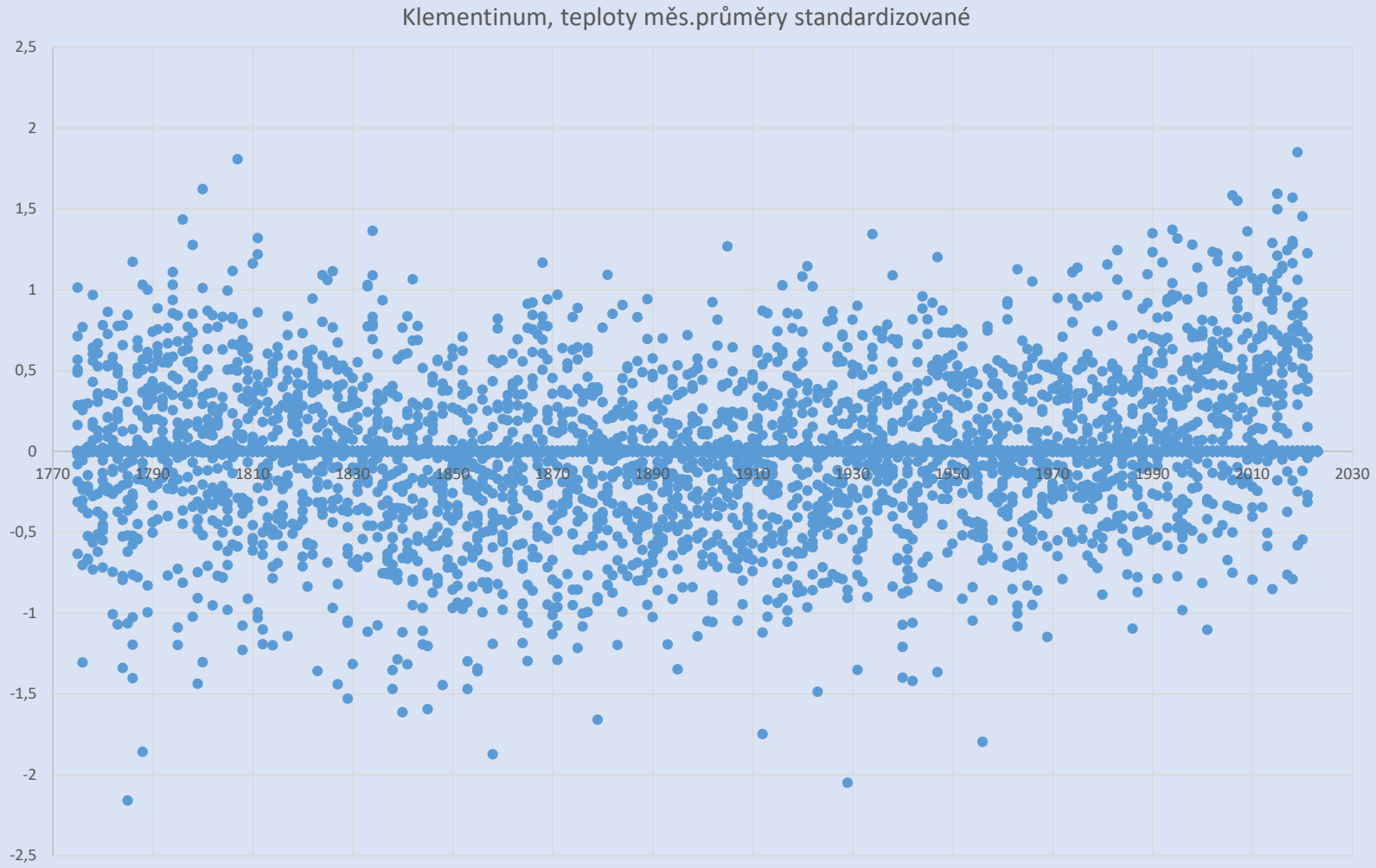

mLN5 a normální rozdělení s mí=6, sigma =1
12
10
8
6
4
2
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

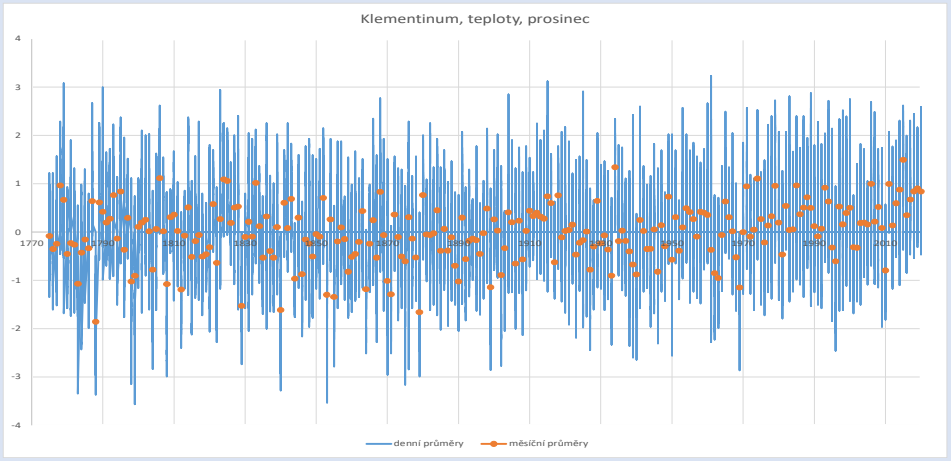
# Prodlužování řad

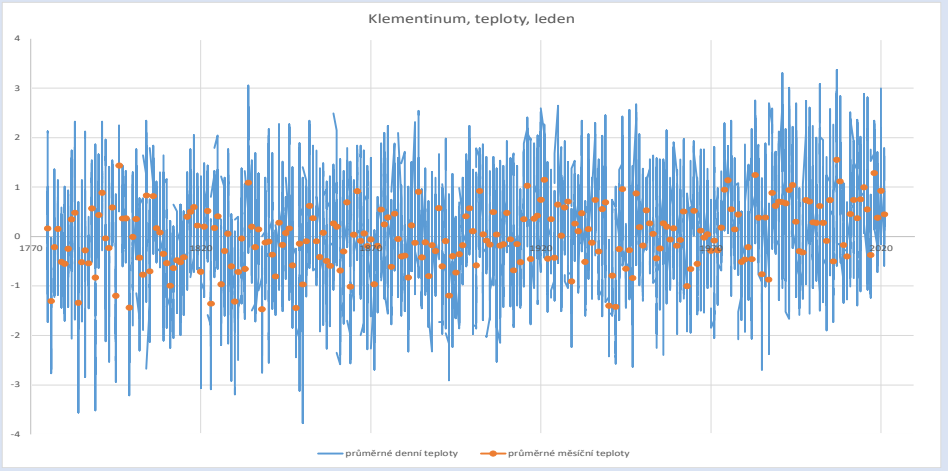
- Tento postup prokládání teoretických křivek umožňuje i prodlužování řad přesněji než dosavadními postupy s pomocí násobení poměrem průměru ze vzorové řady.
- Máme řadu 10 let a vzorovou 30 let. Je třeba těch 20 let doplnit alespoň přibližně.
- Proložíme obě řady teoretickou křivkou překročení ve společném období (10 let).
- Do doplňovaných 20ti let ve vzorové řadě dáme parametry mLN5 z desetiletí. Zpětnou transformací na „normální rozdělení“ získáme odchylky rozptylů mezi obdobími. Musíme v doplňované řadě zachovat poměry průměrů a k takto získanému průměru prodloužení dopočítat správný parametr *a*.

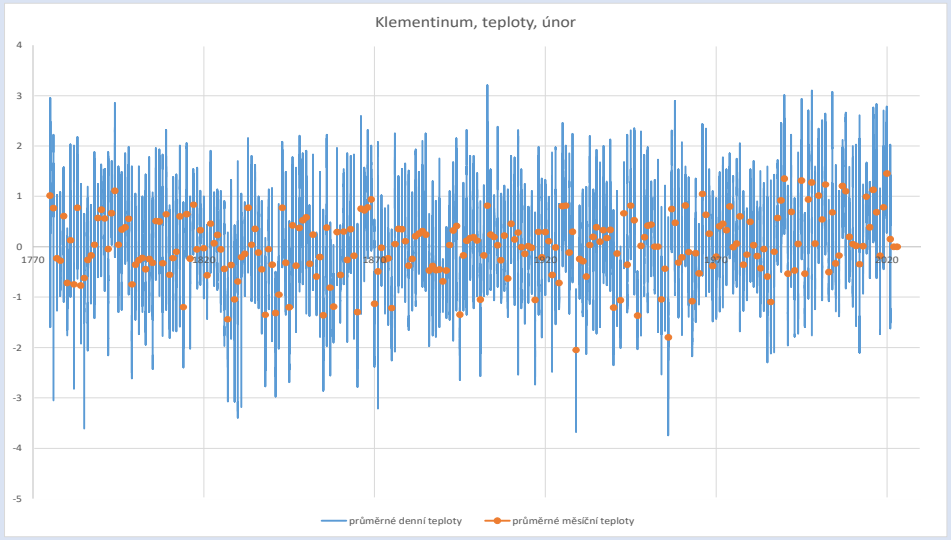
- Toto „normální“ standardizované rozdělení přeneseme jako základ 20ti let doplnění a z něj s pomocí parametrů 10ti let doplňované řady spočteme křivku překročení 20ti let doplňované řady. Spojením obou úseků získáme doplněnou křivku překročení za 30ti letí. Pokud bychom očíslovali pořadí hodnot ve vzorové časové řadě a to dále přenášeli s křivkou překročení v „normálním“ rozdělení ze vzorové časové řady, získali bychom přibližný průběh časové řady doplněné.

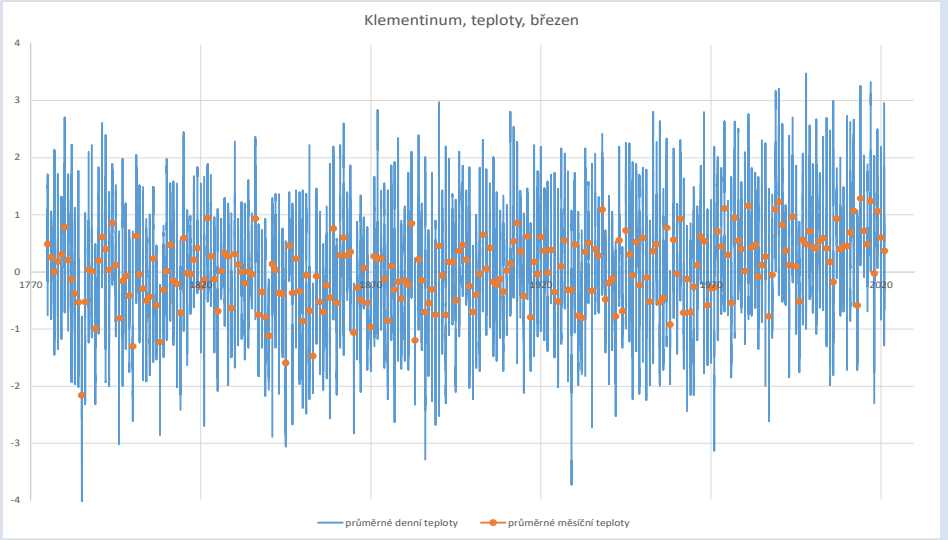
- mLN5 rozdělení je možno použít k poměrně dokonalému převodu dat do standardizovaného normálního rozdělení. Lze tak převést i data, kde to pomocí jiných rozdělení nejde nebo je to nepřesné. Příkladem zde mohou být měsíční data teplotní řady Praha - Klementinum.

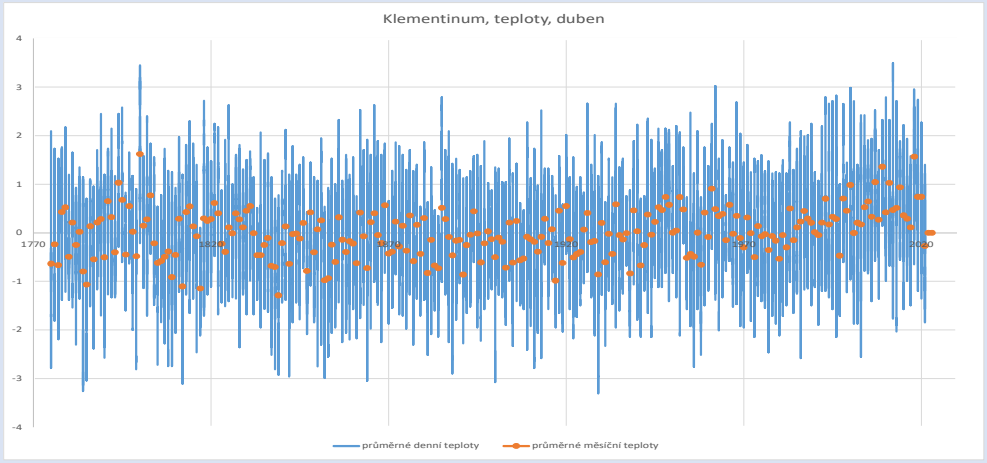

Klementinum, teploty měs.průměry standardizované
2,5
2
1,5
1
0,5
0
-0,5
-1
-1,5
-2
-2,5
1770
1790
1810
1830
1850
1870
1890
1910
1930
1950
1970
1990
2010
2030

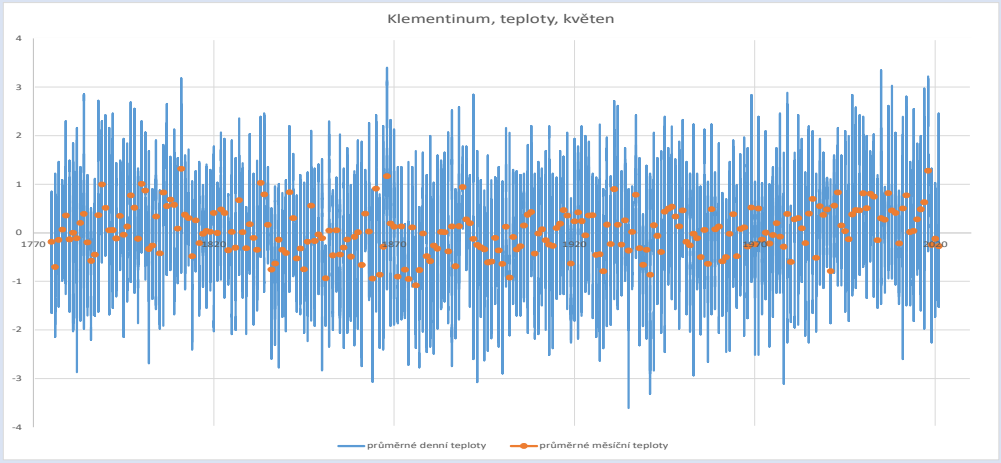

Klementinum, teploty, prosinec
denní průměry
měsíční průměry

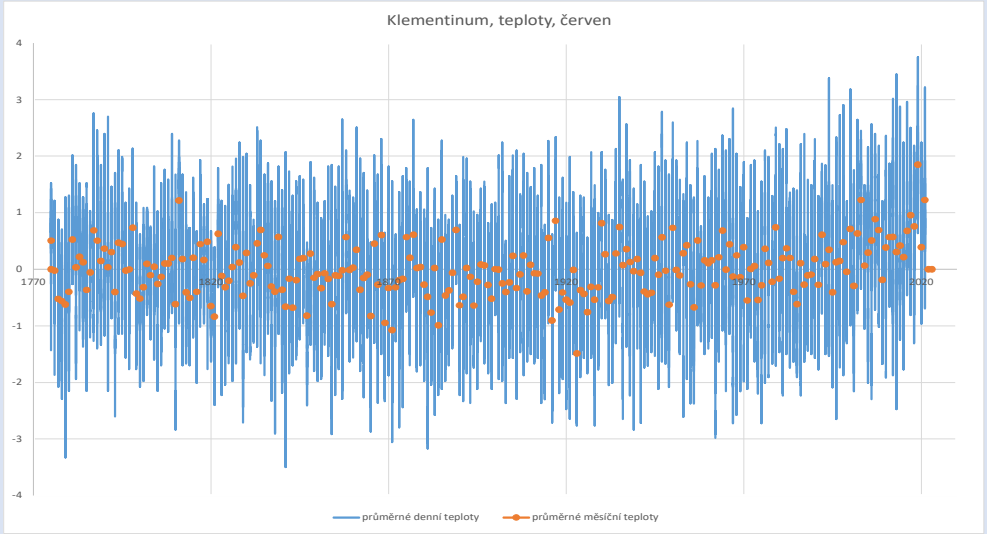

Klementinum, teploty, leden
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

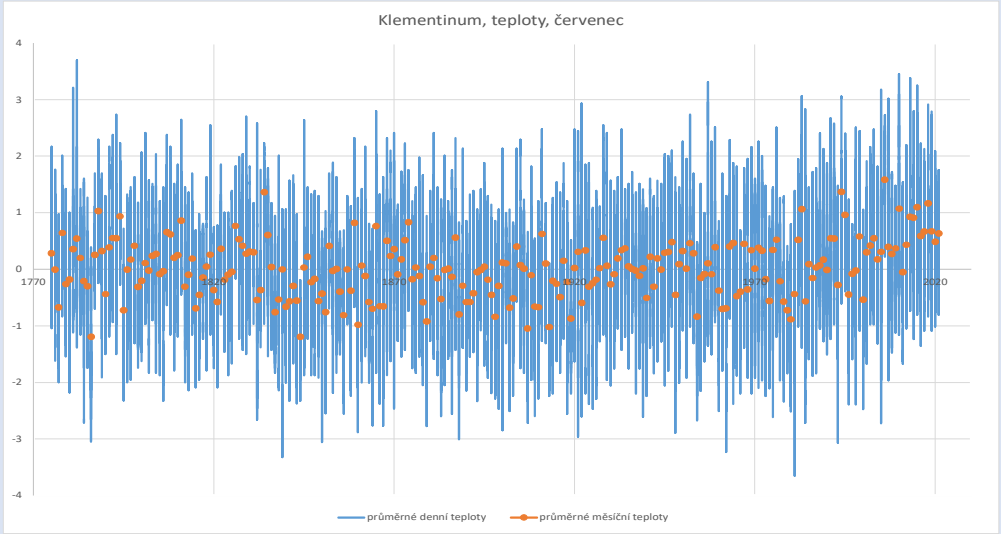

Klementinum, teploty, únor
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

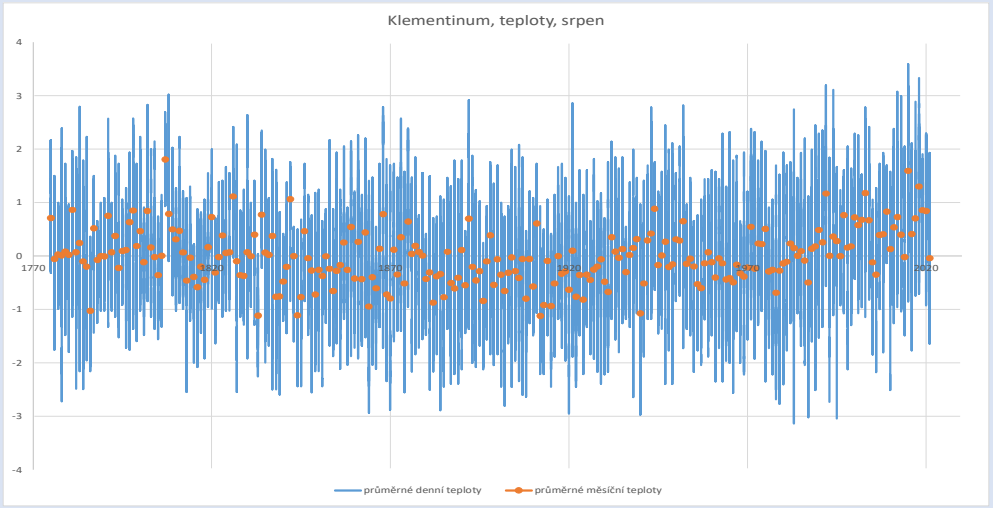

Klementinum, teploty, březen
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

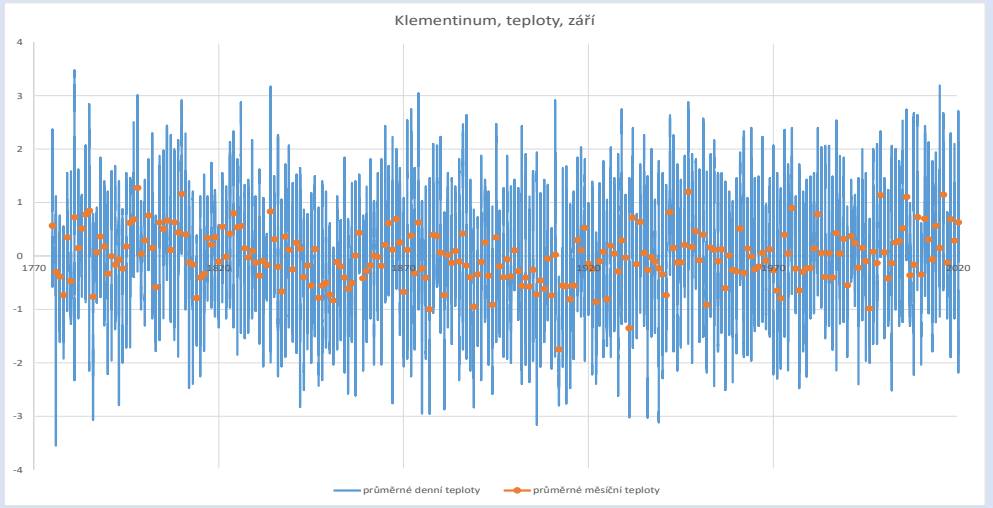

Klementinum, teploty, duben
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
1770
1820
1870
1920
2020
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

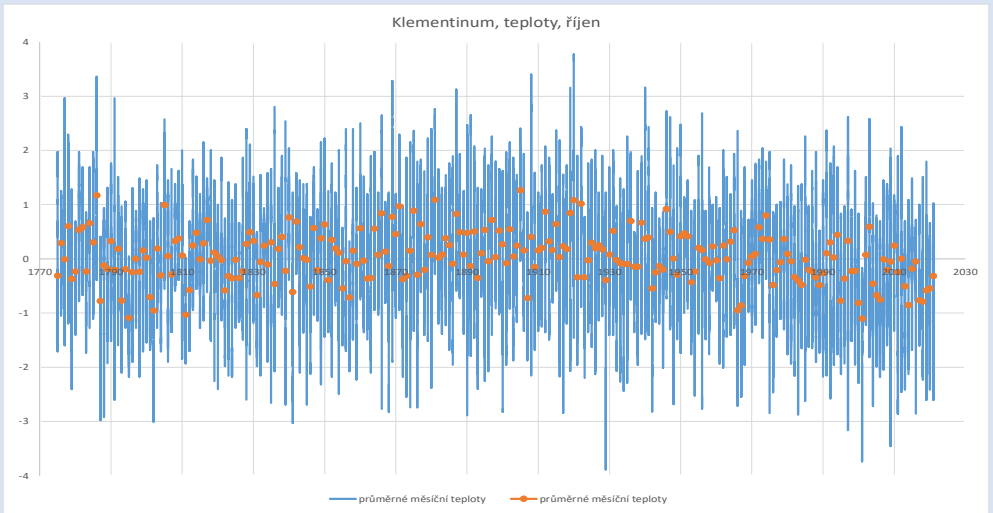

Klementinum, teploty, květen
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
1770
1820
1870
1920
2020
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

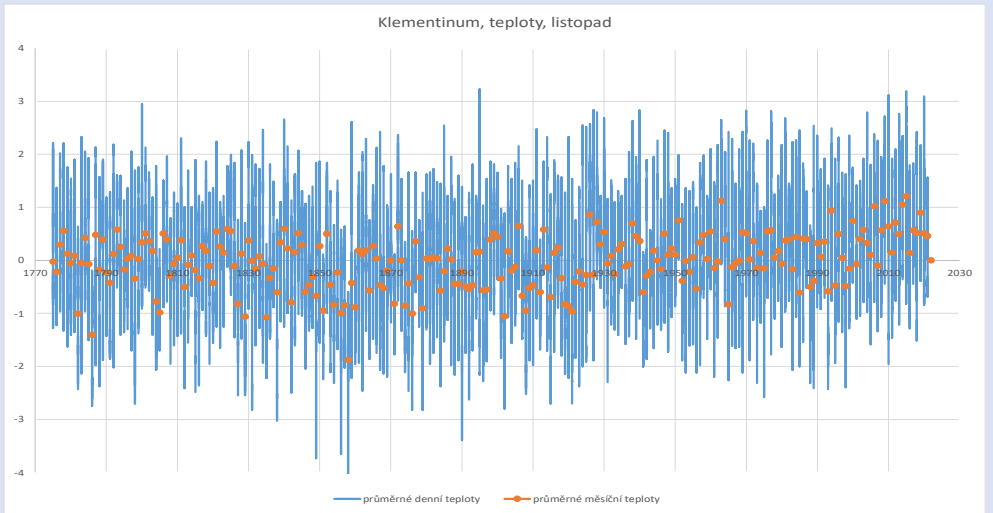

Klementinum, teploty, červen
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
1770
1820
1870
1920
2020
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty

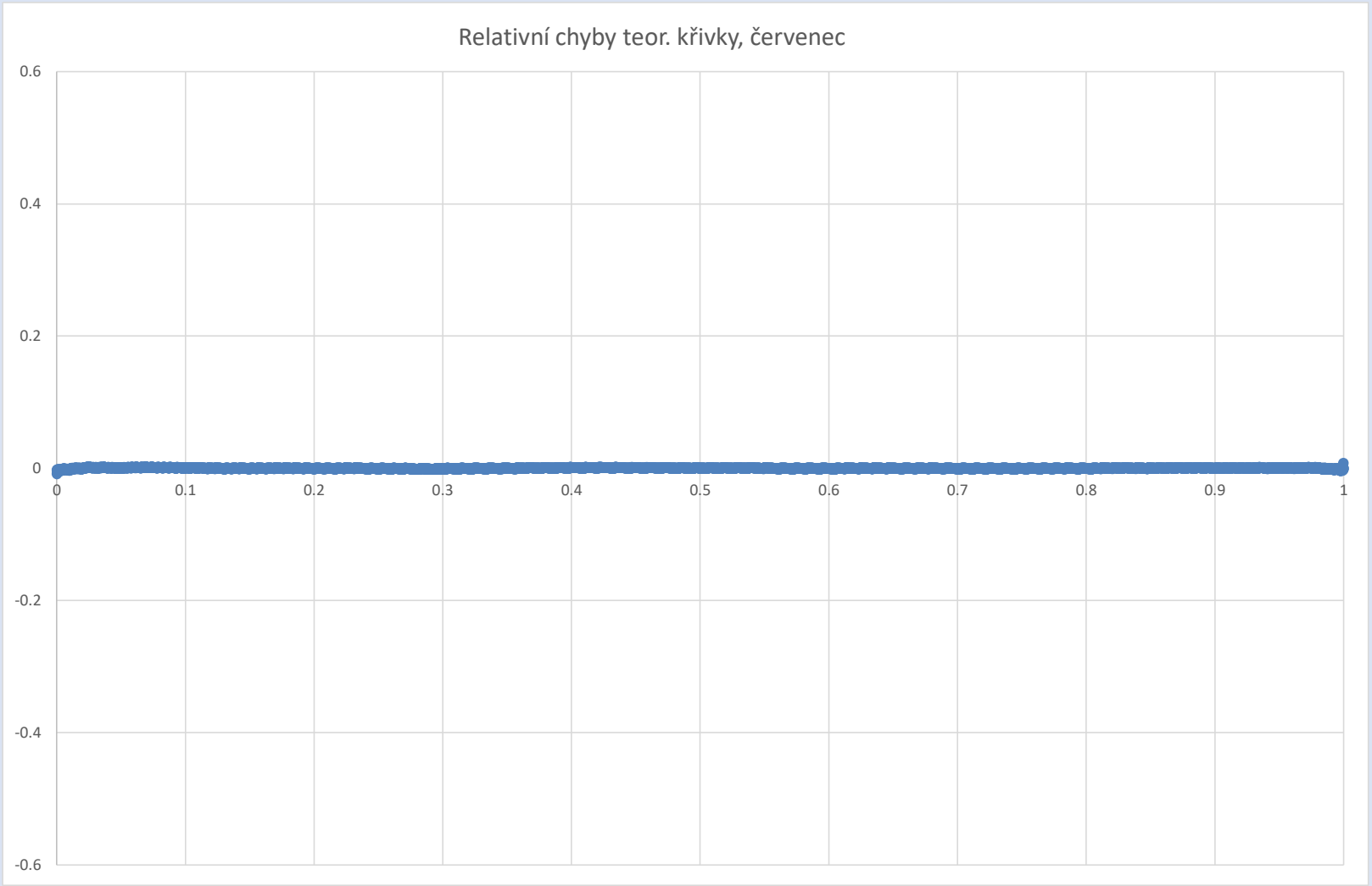

Klementinum, teploty, červenec
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
1770
1820
1870
1920
2020
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty


Klementinum, teploty, srpen
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty


Klementinum, teploty, září
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty


Klementinum, teploty, říjen
průměrné měsíční teploty
průměrné měsíční teploty


Klementinum, teploty, listopad
průměrné denní teploty
průměrné měsíční teploty


Relativní chyby teor. křivky, červenec
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

## Závěr

Rozdělení mLN5 je velmi plastická transformace normálního rozdělení – umožňuje modelovat rozdělení v rozsahu od normálního rozdělení až po velmi asymetrická rozdělení.

Vzhledem k případné periodičnosti klimatických a hydrologických procesů je vhodné, aby vstupní data měla rozdělení symetrické, nejlépe normální. Tento požadavek splňuje právě zpětná transformace mLN5 rozdělení.

Při analýze reálných i simulovaných dat se ukazuje, že z uvedených metod odhadu parametrů rozdělení LN5 resp. mLN5 nejlepší výsledky poskytuje trojúhelníková metoda, a to včetně extrapolací.

V současnosti se LN5 a mLN5 i nově vyvinutá trojúhelníková metoda používá v ČHMÚ v posudkové činnosti. V Ústavu pro výzkum klimatické změny (CzechGlobe) se připravují analýzy klimatických dat v širokém rozsahu stanic z celé planety.