Informační Bulletin

České Statistické Společnosti č. 4, leden 2001, ročník 11

Kdy tedy doopravdy aneb několik astronomických úvah o konci tisíciletí

Zdislav Šíma[1]

„Na počátku bylo slovo, to slovo bylo ...“ — tak začíná jedna z nejpoetičtějších kapitol jedné z nejznámějších knih světa. Chceme-li se dopracovat jakéhokoli rozumného konce, musíme vědět, co bylo na počátku. To platí vždy.

Blíží se konec tisíciletí. Chceme-li vědět, kdy tento konec nastane a jak se k celé věci postavit, pak musíme bezpodmínečně vědět, co bylo na počátku. A tak nezbývá, než si dát menší rozcvičku z chronologie, z historie a také trošku z astronomie. Jinak: „ ... každý říkal něco jiného i nastaly zmatky veliké“. A ty zmatky provázejí snad každý konec století.

Ať se nám to líbí nebo nelíbí, náš letopočet je věc smluvní. Ti, kteří jsou věci znalí, vědí, že letopočet, který dnes užíváme, se počítá od narození Ježíše Nazaretského, zvaného Kristus — a ti, kteří věci rozumí doopravdy, vědí, že tomu tak není. Kdybyste totiž nalezli nějakou listinu či dokument, který by byl datován rokem deset nebo snad sto, tři sta, či pět set, určitě jde o falzifikát. V době, která se nazývá antikou, se počítalo jinak. V říši římské, která měla na západě neotřesitelné postavení, se počítalo buď od založení Říma (ab urbe condita, čili a.u.c.), nebo později také podle éry císaře Diokleciána. Řekové počítali podle olympiád (kolikátý rok které olympiády je právě rokem

[1]Redakce Bulletinu ČSS děkuje autorovi a MVS JČMF za laskavé svolení s přetištěním tohoto příspěvku, který byl publikován ve Zpravodaji MVS JČMF v roce 2000.

aktuálním). Olympiády se konaly pravidelně jednou za čtyři roky — takže to byl třeba třetí rok dvousté olympiády. Židé v Palestině měli také své vlastní počítání roků. Navíc si tenkrát lidé nedělali příliš hlavu s tím, kdy který rok začíná. Ostatně, nebylo Vám někdy divné, že např. september je v překladu sedmý měsíc? Je to však září, a to je podle nás měsícem devátým. To platí i pro ostatní měsíce až do prosince — december, čili desátý měsíc. Je to ještě pozůstatek toho, že rok začínal u Římanů v březnu.

Morální prohnilost říše římské byla živnou půdou pro křesťanství, které se postupně z náboženství pronásledovaných stalo náboženstvím zcela oficiálním. Ona prohnilost navíc způsobila, že se Řím nedokázal ubránit nájezdům barbarských kmenů a jeho mocenská struktura se postupně rozpadala. Za oficiální konec říše západořímské považuje většina historiků sesazení posledního římského císaře Romula Augustula germánským Odoakerem roku 476 toho našeho dnešního počítání, které tou dobou ovšem ještě nikdo neznal. Nastal úplný rozklad a jediné, co tehdejší svět na západě spojovalo, bylo nadnárodní křesťanství. Usoudilo se, že nové počítání letopočtu by se mělo zavést tak, aby se počítalo od narození Krista. Celá věc vznikla takto:

Do Říma přišel roku 496 (to zemřel papež Sv. Gelasius I), či 497, mnich, astronom a kněz Dionysius Exiguus (Dionýs Maličký) ze Skytie — oblast dost nepřesně vymezená, pod níž se v různých dobách myslila různá území. Většinou se tím chápala oblast od dnešního Rumunska přes severní Černomoří. Někdy se tím ale myslila ještě i oblast severně od Kavkazu až po Kaspické moře. V podstatě lze říci, že jde o dnešní jihozápadní Rusko.

Vzděláním to byl Řek, který během svého působení v Římě přeložil do latiny mnoho originálních řeckých dokumentů. Šlo převážně o dokumenty z prvních církevních koncilů; prvních osm koncilů se konalo „na východě“, čili v řecké kulturní oblasti. Byly to tedy dokumenty z prvních čtyřech koncilů a to Nicejského,[2] Prvního cařihradského (A.D. 381), Efesského (A.D. 431) a Chalcedonského (A.D. 451). Originály těchto dokumentů se do dnešní doby většinou nezachovaly. Přitom již první koncil (Nicejský) stanovil, že se velikonoce mají slavit první neděli po prvním jarním úplňku, přičemž začátkem jara se myslí jarní rovnodennost. Padne-li tento úplněk na neděli, slaví se velikonoce až neděli další. A místo, kde toto má platit, je Jeruzalém. Kalendář přitom má vypadat tak, aby jarní rovnodennost nastávala kolem 21. března, a roky se počítaly podle éry Diokleciána.

Papež Gelasius I pověřil Dionýsia uspořádáním pontifikálních archivů. Ten sepsal několik spisů (Liber Canonum, Liber Decretalium) právní povahy, byl

[2] či Nikaiského, A.D. 325 — řecky Nikaia, dnes turecký Isnik, letní sídlo prvního křesťanského císaře Konstantina, který sněm svolal

výborným znalcem kanonického práva. Podle revidované verse těchto dvou spisů se pak řídila říše Karla Velikého (742–814) od r. 774, kdy ji Karlovi věnoval papež Hadrián I (772–795).

Papež Jan I (523–526) pověřil Dionýsia sestavením křesťanské chronologie. Dionýsius se proto pokusil sebrat všechny tehdy dostupné informace a navrhl, aby rok 1278 a.u.c. splynul s rokem 525 nové, křesťanské éry, tedy to, čemu dnes říkáme náš letopočet. Ten se též označuje A.D., podle latinského Anno Domini, čili Léta Páně, jak se dříve běžně říkávalo. Jenže v té době se spíš nežli „a.u.c.“ používala k běžnému počítání roků Diokleciánova éra — podle ní rok 525 A.D. byl rokem 241/242. A počítání roků podle Diokleciána, který sám velice silně pronásledoval křesťany — tím se myslí, že jich nechal spousty popravit — bylo pro křesťany už dost nestravitelné.

Protože tabulkám velikonoc, které se tehdy používaly, už docházela platnost, byl Dionýsius pověřen sestavením nových tabulek. Jeho nové tabulky začínaly rokem 532 A.D., který podle nich splynul s rokem 248/249 Diokleciánovy éry. Znamená to, že Dionýsius předpokládal, že se Ježíš Nazaretský narodil 25. prosince roku jenž předcházel roku 1 A.D., tj. roku 753 a.u.c.

I když měl Dionýsius přístup ke všem archivním dokumentům, je samozřejmé, že se mu při tehdejších zmatcích nepodařilo splnit zcela dokonale to, co po něm bylo žádáno, totiž stanovit, kolik let uplynulo od narození Krista. Proto dnes nemůžeme tvrdit, že se Kristus narodil v roce 1 před naším letopočtem. Na tento fakt se ostatně přišlo už brzy po zavedení nového počítání roků. Nový letopočet už ale byl stanoven a nikdo si jej až do dnešních dnů nedovolil měnit.

Když se zavádělo nové počítání roků — a to, jak je vidět, trvalo nějakou dobu — počítalo se především s budoucností, ne s historií. S tou se však musíme vyrovnávat až do dnešních dnů my. Především jde o problém začátku letopočtu, který je ještě košatější, než bylo zatím řečeno.

Jdeme-li zpátky v čase, pak až do roku 1 (jedna) nejsou žádné problémy. Tento rok splývá s rokem 754 a.u.c. Před ním byl rok 753 a.u.c. O něm historici usoudili, že by se měl jmenovat jedna před Kristem; obvykle je označován jako 1 B.C. (z angl. Before Christ). Dnes se také říká před naším letopočtem. Proto tedy den před 1. lednem roku 1 byl 31. prosinec roku 1 B.C. Stanovíme-li takto počátek letopočtu, pak od něho do 1. ledna roku 2 uplynul právě jeden rok, do 1. ledna roku 101 právě sto let a do 1. ledna roku 1001 právě tisíc let. Je tedy nabíledni, že nové tisíciletí podle tohoto počítání začíná prvním lednem roku 2001.

Jenže

Jenže takto zavedený pořádek v počítání roků pro účely výpočtů skřípe, a to dost. Od 1. 1. roku 1 B.C. do 1. 1. roku 1 A.D. neuplynuly dva roky, ale jen jeden rok. Od roku 5 B.C. do roku 3 A.D. neuplynulo 8 let (5+3), ale jen 7 let! To, co nevadí filosofům a historikům, vadí, a to silně, komukoli, kdo počítá různé jevy pro toto období. Tedy například astronomům, kteří jsou rádi, když dva bez tří je minus jedna a ne minus dva. Hlavní slovo měl pařížský astronom Jacques Cassini,[3] který kolem roku 1740 zavedl nové počítání roků. Ostatní astronomové se ihned přidali. Toto schéma platí v astronomii dodnes. Šlo o to, že se do počítání roků zcela logicky zavedl také rok nula, přičemž 31. prosinec roku nula je den, který předchází 1. lednu roku jedna. A před prvním lednem roku nula je 31. prosinec roku minus jedna (31. 12. -1). Rok před tím je rok minus dva, a tak dále. Zde všechno krásně funguje. Zde pět plus tři je osm. Takto se počítají astronomické efemeridy. Například 14. prosince roku nula bylo prstencové zatmění Slunce, při němž pás největšího zatmění procházel Antarktidou jižně od Jižní Ameriky.

Od takto stanoveného počátku letopočtu, totiž od 1. ledna roku nula uplynulo deset let 1. ledna roku deset, sto let 1. ledna roku 100 a dva tisíce let 1. ledna roku 2000. Takže astronomové začínají vše o jeden rok dříve. Silvestra roku 1999 jako konec tisíciletí měli oslavovat všichni, kteří se hlásí k přírodním vědám, a ne k filosofii. Ti druzí si musí ještě rok počkat. Celá tato nejednotnost je tu hlavně proto, že žádný rok nula, jedna, ale ani pět set nebyl, a že vše bylo zaváděno až dodatečně.

Tedy především: kdo se sází, kdy začíná tisíciletí, musí při tom také říci, jaké počítání má na mysli. Bez toho tyto sázky a pře nemají žádný smysl. Většinou lze sázkaře, kteří nestanovili o jaké jde počítání, rozsoudit tím, že všichni mají pravdu a nechť se rozejdou ve smíru. Každý má totiž „svoji" pravdu.

Několik poznámek nejen pro zvídavější

Původní kalendář se nazýval juliánský na paměť po Gaiovi Iuliovi Caesarovi, který stanovil délku roku zařazením přestupných roků. Každý běžný rok měl 365 dní, každý čtvrtý měl 366 dní.

Náš dnešní kalendář je „gregoriánský". Jmenuje se tak podle papeže Řehoře (Gregorius) XIII., který roku 1582 zavedl na radu Luigiho a jeho bratra Antonia Lilia pravidlo, že přestupný rok je každý, který je dělitelný čtyřmi.

[3] 18. 2. 1677–15. 4. 1756; jeho otec GianDomenico Cassini byl profesorem na universitě v italské Bologni, roku 1669 se stal ředitelem pařížské hvězdárny

Staletí jsou přestupná jen ta, která jsou dělitelná čtyřmi sty (první dvojčíslí dělitelné čtyřmi). Protože číslo 2000 je dělitelné čtyřmi sty, je rok 2000 přestupný, ale rok 2100 ne. Při této reformě bylo navíc ještě vynecháno 10 dní tak, že po čtvrtku 4. 10. 1582 následoval pátek 15. 10. 1582. Tím se jarní rovnodennost zase vrátila k 20. či 21. březnu.

I když s náboženstvím má gregoriánská reforma kalendáře společného opravdu jen málo, pravoslavná církev tuto „papežskou“ novotu dosud nepřijala, a používá dál juliánský kalendář. To je ten důvod, proč Říjnová revoluce je v listopadu atd. Tito lidé budou slavit začátek roku (1. ledna) po celé příští století vždy až 14. ledna. Opět důvod k oslavám. Znamená to ovšem, že se pravoslavné vánoce budou časem slavit až zjara.

Ve světě se používá (či používalo) mnoho různých kalendářních systémů. Kromě již zmíněných, je to např. Hidžra pro muslimský svět. Rok 2000 v ní má letopočet 1420/1421. Dále jsou to éra řecká, neboli byzantská, v níž je rok 2000 rokem 7508/7509, éra řecké olympiády (2776), éra od založení města (2753 a.u.c.), Diokleciánova éra (1716/1717), židovská éra (5760/5761), japonská Heisei (dvanáctý rok) a další, takže můžeme slavit skoro každou chvíli i když „překulení“ celé tisícovky není zase až tak běžná událost.

A teď něco pro ty opravdu zvídavé

Doporučuji čtenářům několik knížek, které se velice hezky zabývají problémy kalendáře. Knížku [1] si s chutí může přečíst skoro každý, pokud ji ovšem sežene. Knížka [2] je určena spíš pro toho, kdo chce do problému proniknout lépe. Obsahuje hlavně různé výpočetní návody. Přílohou je i počítačový program, který převádí mezi sebou různé kalendářní systémy.

Je tu ovšem ještě jeden problém, který jsme zatím pominuli. Totiž stanovení roku, kdy se narodil Ježíš Nazaretský. Touto otázkou se zabývalo v každé době mnoho různých badatelů. Většinou kladou rok jeho narození tak asi kolem roku 5 B.C. V žádném případě se nemohl Ježíš narodit později, než zemřel Herodes Veliký, král Judský. A ten zemřel v roce 4 B.C.

Dosud nejkomplexněji se tímto problémem zabýval ing. Josef Šuráň, který se z celé plejády autorů vymyká. Na pomoc si vzal mimo jiné i výpočty stavu oblohy pro každý den pro více než 10 let před začátkem a okolo roku nula. Vykonal obrovskou práci, když sestavil vzájemné porovnání kalendářů, čímž projasnil mnohé tehdejší datování. Už to samo o sobě je velice užitečné. Dále pak ing. Šuráň po rozsáhlých srovnávacích studiích stanovil, že se Ježíš narodil ve středu 22. listopadu roku -9 (10 B.C., 744 a.u.c.) konvenčního juliánského kalendáře. Abychom tedy neříkali, že Kristus se narodil „deset let před Kristem“, můžeme snad raději říkat „před naším letopočtem“. Je to označení přesnější, lépe vystihující skutečnost. Svoji práci „The Star of Betlehem“ vydal ing. Šuráň jako předběžné soukromé vydání, Energoprojekt, 1991, v nákladu asi 40 výtisků. Kniha právě čeká na opravdové vydání. Zdá se býti velice věrohodná i v palbě ostré vědecké kritiky. Je psána anglicky, aby si razila cestu do světa. Jedině čas ukáže, nakolik je přínosná.

Z této práce plyne ještě jedna věc. Oslavu dvou tisíc let od narození Krista jsme už propásli. Nevadí, oslavíme to později, až v roce 2000. Proč by ne. Vždyť 1000 let od smrti knížete Václava, prohlášeného brzy po smrti za svatého, jsme také slavili už v roce 1929 a ne až 1935, kdy těch tisíc let s největší pravděpodobností opravdu uplynulo. Šero dávnověku vytváří nejasnosti.

Juliánské dni

Abychom se vyhnuli možným zmatkům, byl v astronomii zaveden ještě jeden, velice účinný systém. Každý den má své číslo. Je to tak zvané Juliánské datum (JD). Den číslo nula začíná v poledne 1. ledna roku −4712, čili v roce 4713 B.C., počítáno podle smluvního juliánského kalendáře, kdy přestupným je každý čtvrtý rok. Díky tomu je možno přisoudit každé historicky zaznamenané události přímo nějaký určitý den a celkem rychle zjistit, kolik dnů uplynulo do jiné události. Samozřejmě, že se to nejvíce využívá v astronomii, nebo i v jiných vědách, když hledáme periody nějakých jevů. Jinak by se nám asi špatně určovalo, jak dlouhá doba, čili kolik dní uplynulo třeba mezi dvěma návraty Halleyovy komety. V tomto počítání má například poledne 1. 1. roku jedna juliánského kalendáře JD = 1 721 424, či 1. 1. 2000 JD = 2 451 545. Mezi oběma daty tedy uplynulo 730 121 dní.

Toto Juliánské datum, které do astronomie zavedl před rokem 1600 Josef (Justus) Scaliger (5. 8. 1540–21. 1. 1609), a pojmenoval ho na počest svého otce Julia, má ještě jednu důležitou vlastnost. Když dané Juliánské datum vydělíme sedmi, zbytek nám řekne, jaký je to den v týdnu. Je-li to nula, jde o pondělí, je-li to jedna, jde o úterý atd. Protože jak 1. 1. 1, tak i 1. 1. 2000 dávají zbytek 5, jde v obou případech o sobotu. Krásný a účinný nástroj, že?

Chceme-li být ale úplně přesní, musíme říci, že Josef Scaliger zavedl počítání roků počínaje rokem 4713 B.C. jako rokem jedna, čili tak zvanou „Scaligerovu Juliánskou periodu“. Počítání dní od začátku této éry bylo doplněno o trochu později.

Pro vědecké účely se navíc ke dnům přidávají ještě desetinné zlomky. Jedna hodina je tak 1/24 dne, čili 0,041 67 dne. Tímto způsobem pak můžeme vyjádřit třeba stotisícinu vteřiny, takže J.D. nám pak zcela přesně určuje libovolný okamžik celkem jakéhokoli úkazu.

Jedno jednoduché přirovnání

Teď je situace snad už naprosto jasná každému. Přesto bych si dovolil přidat na závěr ještě jedno názorné přirovnání. Při počítání roků máme vlastně dvě možnosti.

První je ta, že budeme počítat roky obdobně jako počítáme jednotlivé předměty, třeba jablka či stromy v lese. Druhá stovka stromů začíná sto prvým stromem, druhá tisícovka tisícím prvým stromem. Jeden strom před tou první stovkou je prostě jeden strom „před“ ostatními stromy. Je to jednoduché. Tak se počítalo ve starých dobách, takto počítají historici a filosofové dodneška.

Druhá možnost je ta, že se k počítání času postavím jako k měření spojitě se měnící veličiny jako je třeba délka, teplota, atd. Všechny tyto stupnice začínají samozřejmě nulou. Pro názornost si vezměme třeba obyčejný metr. První centimetr je mezi nulou a číslem jedna, druhý je mezi čísly jedna a dva, stý mezi čísly 99 a 100. Druhý metr začíná přesně na hraně 100. To, co je těsně před nulou, je minus nula celá něco, pak je minus jedna, minus dva, atd. Přesně takto vypadá časová stupnice, která se používá ve vědě, například v astronomii.

Závěr

Všechny naše oslavy jsou vázány na periodu rotace Země a na délku tropického roku. Kdybychom užívali siderického roku tak, jako staří Egypťané, či lunárního kalendáře tak, jak to činily nejstarší civilizace, oslavovali bychom všechna výročí úplně jindy. Co dnes komu řekne éra španělská, éra seleukovská, či éra republiky francouzské? Ať už tedy slavíme kdy chceme, na vlastních dějinných skutečnostech se tím vůbec nic nezmění. Ty nastaly tehdy, kdy nastaly. Při oslavách máme jen možnost si je opětovně připomenout. Nic víc. Vyvolat zpět je už nemůžeme.

Literatura:

[1] Eva Kotulová: *Kalendář, aneb kniha o věčnosti času.* Svoboda, Praha, 1978

[2] Jan Tomsa: *Počítání času (základy teorie kalendáře).* Astronomický ústav AV ČR, KLP, 1995.

Dopis, který se ztratil

Ahoj Járo,

přeji Ti hodně zdraví a úspěchů v tomto roce a píšu slíbený dopis o Steinově postupu. Asi v tom stylu, v jakém bych o tom vypravoval při nějaké populární akci jako jsou třeba Tvoje statistické čtvrtky.

Pár slov úvodem

Každé malé dítě (ze statistické rodiny) ví, že šířka intervalu spolehlivosti pro střední hodnotu rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ je závislá na výsledcích měření (pozorování), tudíž náhodná veličina. Vezměme nejjednodušší případ. Nechť $X_1, \dots, X_n$ je náhodný výběr z $N(\mu, \sigma^2)$ s μ i σ^2 neznámými. Interval spolehlivosti pro μ při koeficientu spolehlivosti $1 - \alpha$ je

$$\left(\overline{X}_n - \frac{s}{\sqrt{n}}\, t_{1-\alpha/2,n-1}, \overline{X}_n + \frac{s}{\sqrt{n}}\, t_{1-\alpha/2,n-1}\right), \tag{1}$$

kde

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X}_n)^2$$

a $t_{1-\alpha/2,n-1}$ značí $100\,(1-\alpha/2)\%$ní kvantil Studentova t–rozdělení s $n-1$ stupni volnosti. Šířka tohoto intervalu je

$$2\, t_{1-\alpha/2,n-1}\, \frac{s}{\sqrt{n}},$$

tedy funkce předem neznámého s.

Na konstrukci intervalu (1) je podstatné toto. Máme odhad (v daném případě je to $\overline{X}_n$) neznámé střední hodnoty μ, který má rozdělení $N(\mu, \sigma^2/n)$. Dále máme odhad (v daném případě s^2) neznámého rozptylu σ^2, který má rozdělení jako $\sigma^2\, \chi^2_{n-1}/(n-1)$ a je nezávislý na $\overline{X}_n$. A využije se skutečnosti, že podíl

-parindent

$$\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma}\sqrt{n} \Bigg/ \sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}$$

má Studentovo t-rozdělení s $n-1$ stupni volnosti.

Nabízí se tedy následující myšlenka, tj. určit počet pozorování n v průběhu pokusu (náhodně) tak, aby bylo

$$2\,t_{1-\alpha/2,n-1}\,\frac{s}{\sqrt{n}} \le d,$$

kde d je dané číslo. Tím se dosáhne toho, že šířka intervalu bude nejvýše rovna danému číslu d.

Taky můžeme tu úlohu trochu *přestrojit* a představit si, že bychom chtěli naplánovat výběr $X_1, \ldots, X_n$ tak, aby

$$P\left(\left|\overline{X}_n - \mu\right| < d\right) = 1 - \alpha, \tag{2}$$

kde d je dané číslo. Pravděpodobnost (2) lze přepsat do tvaru

$$P\left(\frac{\left|\overline{X}_n - \mu\right|}{\sigma}\,\sqrt{n} < \frac{d}{\sigma}\,\sqrt{n}\right) = 1 - \alpha,$$

odkud již snadno dostaneme

$$\Phi\left(\frac{d}{\sigma}\,\sqrt{n}\right) = 1 - \frac{\alpha}{2}, \qquad \textit{resp.} \qquad n = \frac{\sigma^2}{d^2}\,u^2_{1-\alpha/2}.$$

Vzhledem k tomu, že počet pozorování n chceme mít co možná nejmenší a zároveň n musí být přirozené číslo, lepší (přesnější) volba je

$$n = \min\left\{k \;\middle|\; k \in N,\ k \ge \frac{\sigma^2}{d^2}\,u^2_{1-\alpha/2}\right\}.$$

Při neznámém σ^2 takové n určit nelze. Představme si však, že je možno si „*opatřit*" odhad s^2 rozptylu σ^2 *založený na* ν *stupních volnosti* takový, že $\nu s^2/\sigma^2$ má rozdělení χ^2_ν, a že určíme $\tilde{n}$ jako

$$\tilde{n} = \min\left\{k \;\middle|\; k \in N, k \ge as^2\right\}. \tag{3}$$

Provedeme-li pak náhodný výběr rozsahu $\tilde{n}$, bude podmíněné rozdělení $\overline{X}_{\tilde{n}}$ při daném $\tilde{n} = n$ rovno $N(\mu, \sigma^2/n)$, čili

$$P\left(\left|\overline{X}_{\tilde{n}} - \mu\right| < d \;\middle|\; \tilde{n} = n\right) = P\left(\frac{\left|\overline{X}_n - \mu\right|}{\sigma}\sqrt{n} < \frac{d}{\sigma}\sqrt{n}\right) =$$

$$= P\left(\frac{\left(\overline{X}_n - \mu\right)^2}{\sigma^2}\, n < \frac{d^2}{\sigma^2}\, n\right) = P\left(U^2 < \frac{d^2}{\sigma^2}\, n\right),$$

kde U má rozdělení $N(0,1)$. Navíc, vzhledem k volbě $\tilde{n}$ podle (3), máme

$$\frac{d^2}{\sigma^2}\, \tilde{n} \geq \frac{d^2}{\sigma^2}\, as^2,$$

takže

$$P\left(U^2 < \frac{d^2}{\sigma^2}\, \tilde{n}\right) \geq P\left(U^2 \leq \frac{d^2}{\sigma^2} as^2\right). \tag{4}$$

Podle předpokladu o odhadu s^2 má s^2/σ^2 rozdělení jako χ^2_ν/ν. Nepodmíněnou pravděpodobnost $P\left(\left|\overline{X}_n - \mu\right| < d\right)$ pak vypočítáme jako

$$\int_0^\infty P\left(\left|\overline{X}_{\tilde{n}} - \mu\right| < d \;\middle|\; \tilde{n} = n\right) f(s^2)\, ds^2.$$

Podle (4) tak dostáváme

$$P\left(\left|\overline{X}_n - \mu\right| < d\right) \geq \int_0^\infty P(U^2 \leq d^2 aw)\, f(w)\, dw \; (\equiv I_1), \tag{5}$$

kde $f(w)$ je hustota veličiny χ^2_ν/ν. Integrál I_1 na pravé straně (5) je však roven

$$P\left(\frac{U^2}{W} \leq d^2 a\right),$$

kde U a W jsou nezávislé, $U \sim N(0,1)$ a $W \sim \chi^2_\nu/\nu$. Zřejmě platí $I_1 = P(F_{1,\nu} \leq d^2 a)$, takže ke splnění požadavku (2) musí být číslo a určeno tak, aby

$$P(F_{1,\nu} \leq d^2 a) = 1 - \alpha,$$

odkud snadno

$$a = \frac{F_{1,\nu}(1-\alpha)}{d^2} \quad \left(\equiv \frac{t^2_{1-\alpha/2,\nu}}{d^2}\right),$$

kde $F_{1,\nu}(1-\alpha)$ je $100(1-\alpha)$%ní kvantil F-rozdělení s jedním a ν stupni volnosti. *Všimněme si, že při této formulaci číslo d odpovídá poloviční šířce intervalu spolehlivosti!*

Některé aplikace

Použití shora popsaného obecného postupu v různých situacích je zřejmé.

A) Nejjednodušší je rozklad výběru do dvou stupňů.

I. etapa: Výběr n pozorování $X_1, \ldots, X_n$ a výpočet $\overline{X}_n$ a s^2 běžným způsobem.

II. etapa: Určení

$$N = \min \left\{ k \;\middle|\; k \in N, k \geq \frac{s^2}{d^2}\, t^2_{1-\alpha/2,n-1} \right\},$$

kde d je *polovina požadované šířky intervalu spolehlivosti*; provedení dalších pozorování $X_{n+1}, \ldots, X_N$ a výpočet $\overline{X}_N = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} X_i$. Hledaný interval spolehlivosti pak je tvaru $\left(\overline{X}_N - d, \overline{X}_N + d\right)$.

B) Jiný prakticky zajímavý případ je *regresní experiment*.

Tady jsou možné různé postupy, neboť mohou nastat různé případy. Podívejme se například na obyčejnou lineární regresi $y = a + bt$ s jednou proměnnou t.

V první etapě se ve zvolených k bodech $t_1, \ldots, t_k$ nezávisle proměnné t provede po n měřeních a stanoví se odhad σ^2 pomocí

$$s_1^2 = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (y_{ij} - \overline{y}_i)^2, \qquad kde \qquad \overline{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} y_{ij},$$

nebo

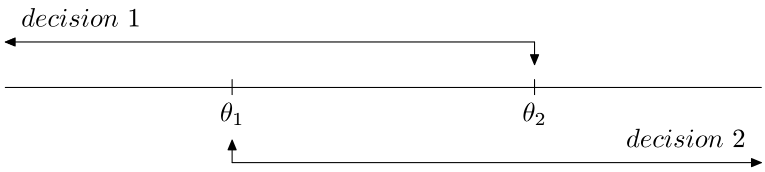
$$s_2^2 = \frac{1}{kn-2} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} \left(y_{ij} - \hat{a} - \hat{b} t_i \right)^2,$$

kde $(\hat{a}, \hat{b})$ označuje odhad neznámých parametrů regresní přímky metodou nejmenších čtverců.

Další postup je podobný jako výše, jenom je třeba dát pozor na to, pro který parametr (a nebo b) onu žádanou přesnost chceme. Postup je to podle mého názoru užitečný při kalibraci a cejchování, kdy chceme zaručit určitou hranici systematické chyby přístroje. Takové hranice se žádají například v normách, které jsme komentovali pro ŽĎAS. Normám se však o těchto metodách ani nezdá a daly by se jistě hodně zdokonalit (myslím tím ISO normy). Normy píší o *nejistotě měření* a touto nejistotou se míní právě polovina šířky intervalu spolehlivosti plus systematická chyba. A Steinův postup umožňuje návrh pokusu tak, abychom dostali *nejistotu* ohraničenou daným číslem. Tato část by si jistě práto právem zasloužila podrobnějšího rozpracování.

C) Dále je Steinův postup užitečný při interpretaci experimentálních výsledků. V této souvislosti bych asi připomenul následující věc. Ve statistice jsou lidé zvyklí na testování hypotéz (testování významnosti). Václav Fabián ve své knížce *Základní statistické metody* píše o dvou variantách statistických rozhodovacích pokusů. Jde o úlohy *s jedním reálným parametrem*, tj. úlohy týkající se jednoho parametru. Tím ale může být i rozdíl dvou středních hodnot apod., a mohou tam *strašit* i jiné parametry, které však nejsou hlavním předmětem zájmu. Podívejme se na tuto situaci malinko podrobněji v jednom speciálním případě, kdy je θ tak zvaným *parametrem našeho zájmu.*
a) Rozhodovací postup typu 1.

Nechť jsou dána čísla θ_1 a θ_2, $\theta_1 < \theta_2$. Má být rozhodnuto, zda je:
– $\theta_{skut} < \theta_2 \ldots$ rozhodnutí 1.
– $\theta_{skut} > \theta_1 \ldots$ rozhodnutí 2.
Náš problém asi nejlépe reprezentuje následující obrázek.



Je jasné, že je-li ve skutečnosti $\theta_1 < \theta < \theta_2$, je správné rozhodnutí kterékoliv. Je-li ve skutečnosti $\theta > \theta_2$, bylo by rozhodnutí 1. chybné; podobně, je-li ve skutečnosti $\theta < \theta_1$, bylo by rozhodnutí 2. chybné. Sestrojme interval spolehlivosti $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ pro θ a přijměme pravidlo:
– při $\overline{\theta} > \theta_2$ rozhodni $\theta_{skut} > \theta_1$;
– při $\underline{\theta} < \theta_1$ rozhodni $\theta_{skut} < \theta_2$.

Jestliže dovedeme uspořádat pokus tak, aby $\overline{\theta} - \underline{\theta} < \theta_2 - \theta_1$, tj. šířka intervalu byla nejvýše $\theta_2 - \theta_1$, je pravidlo jednoznačné a riziko jakéhokoliv omylu je omezeno číslem α; přesněji dokonce číslem $\alpha/2$. To je úplně jasné, neboť když je $\theta > \theta_2$, pak $\overline{\theta} > \theta_2$ s pravděpodobností nejméně $1 - \alpha/2$, a tudíž se stejnou pravděpodobností bude zvoleno rozhodnutí $\theta_{skut} > \theta_1$, které je v tomto případě správné. Je-li $\theta < \theta_1$, bude s pravděpodobností nejméně $1 - \alpha/2$ splněno $\underline{\theta} < \theta_1$ a zvoleno správné rozhodnutí $\theta_{skut} < \theta_2$. Je-li $\theta_1 < \theta < \theta_2$, je správné kterékoliv z obou rozhodnutí a pravděpodobnost chyby je nulová.
b) Rozhodovací postup typu 2 (volba jednoho ze tří rozhodnutí).

Nechť je dáno číslo θ_0 a číslo $\Delta > 0$. Má být rozhodnuto, zda je:
– $\theta_{skut} < \theta_0 \ldots$ rozhodnutí 1;

– $\theta_{skut} > \theta_0$ ... rozhodnutí 2;
– $\theta_{skut} \sim \theta_0$ ... rozhodnutí 3.

Rozhodnutí 3. se považuje za správné, pokud θ_{skut} je mezi $\theta_0 - \Delta$ a $\theta_0 + \Delta$.

Sestrojíme-li interval spolehlivosti $(\underline{\theta}, \overline{\theta})$ pro θ takový, že $\overline{\theta} - \underline{\theta} < \Delta$, pak pravidlo

– rozhodnutí $\theta_{skut} < \theta_0$ při $\overline{\theta} < \theta_0$;
– rozhodnutí $\theta_{skut} > \theta_0$ při $\underline{\theta} > \theta_0$;
– rozhodnutí $\theta_{skut} \sim \theta_0$ při $\underline{\theta} < \theta_0 < \overline{\theta}$;

zaručuje, že správné rozhodnutí bude zvoleno při jakékoliv skutečné hodnotě θ_{skut}[4] s pravděpodobností nejméně $1-\alpha/2$. Jestliže ve skutečnosti $\theta \leq \theta_0 - \Delta$, pak s pravděpodobností nejméně $1 - \alpha/2$ nastane nerovnost $\underline{\theta} < \theta_0 - \Delta$. Vzhledem k $\overline{\theta} - \underline{\theta} < \Delta$ tedy i nerovnost $\overline{\theta} < \theta_0$ a bude vybráno právě rozhodnutí $\theta_{skut} < \theta_0$. Jestliže ve skutečnosti $\theta \geq \theta_0 + \Delta$, pak s pravděpodobností nejméně $1 - \alpha/2$ nastane $\overline{\theta} > \theta_0 + \Delta$, tedy i $\underline{\theta} > \theta_0$ a bude vybráno jediné správné rozhodnutí $\theta_{skut} > \theta_0$. Je-li ve skutečnosti $\theta_0 - \Delta < \theta < \theta_0$, pak je správné kterékoliv z rozhodnutí $\theta_{skut} < \theta_0$ a $\theta_{skut} \sim \theta_0$; zatímco nesprávné rozhodnutí $\theta_{skut} > \theta_0$ by bylo zvoleno jen při $\underline{\theta} > \theta_0$, ale tento jev má při $\theta < \theta_0$ pravděpodobnost nejvýše $\alpha/2$. Podobně, je-li $\theta_0 < \theta < \theta_0 + \Delta$, je správné rozhodnutí $\theta_{skut} > \theta_0$ i $\theta_{skut} \sim \theta_0$. Jediné chybné rozhodnutí v dané situaci, tj. $\theta_{skut} < \theta_0$ by bylo zvoleno při $\overline{\theta} < \theta_0$, což má opět pravděpodobnost nejvýše $\alpha/2$. Konečně při $\theta = \theta_0$ s pravděpodobností $1 - \alpha$ nastane $\underline{\theta} < \theta_0 < \overline{\theta}$ a s touto pravděpodobností bude zvoleno správné $\theta_{skut} = \theta_0$.

Závěr

Vidím, že celá záležitost začíná být propletená (nebo popletená?) pomalu jako u pejska a kočičky, takže zde raději skončím. Asi bych měl teď celý můj dopis vzít a přepsat ještě jednou jasněji a srozumitelněji, ale snad si i takto z něj něco vybereš.

Zdraví tě srdečně

Josef MACHEK
Praha 1. 1. 1996

Literatura

[1] Fabián V., *Základní statistické metody*. NČSAV, Praha, 1963.
[2] Machek J., *Základní užitečné a prakticky použitelné statistické metody*. Dlouho očekávaná a bohužel nikdy nevydaná publikace.
[3] Stein Ch., *A two sample test for a linear hypothesis whose power is independent of the variance*. The Annals of Mathematical Statistics **16** (1945), 243 – 258.

[4] Zde se nějak pletou θ a θ_{skut}, možná by to chtělo trochu zjednodušit?!?

Dopis, který se po letech opět vynořil

Adresát: Československá společnost pro šíření politických a vědeckých znalostí, krajská pobočka Praha. Sekce: fysika – chemie – matematika.[5]
Autor: Ing. Dr. Jaroslav Hájek.
Téma: Text k prodiskutování.

Lidstvo umí využívat svých zkušeností daleko dříve, než je schopno dát jim formu vědy. Tak mnohem dříve se logicky uvažovalo, než vznikla logika, a mnohem dříve se vyrábělo, než vznikla matematika. Také zkušenosti, z nichž vyrostla matematická statistika, byly uplatňovány mnohem dříve, než tato věda mohla vzniknout. Tak odedávna bylo nutno posuzovat rozsáhlé a nepřehledné soubory věcí pomocí poměrně malých výběrů, které z nich byly pořízeny. Člověk poznal několik nejbližších lidí a dělal si podle nich představu o celém lidstvu; uviděl několik zvířat a učinil si představu o jejich hojnosti v dané krajině. Sedlák rozmělnil několik klasů mezi prsty a činil si představu o nastávající úrodě. Teprve však v moderní době byla pocítěna potřeba zpřesnit neškoleně z výběru získané představy o rozsáhlých souborech pomocí vědy. Dnes, chce-li státní zemědělská inspekce podat vládě odhad úrody obilovin a okopanin, nemůže se spokojit s odhady „od oka“, byť by je činili lidé sebezkušenější. Podobně je tomu při geologickém průzkumu nerostného bohatství, při kontrole jakosti dodávek a přejímek zboží, při odhadech objemu dřeva stojícího v lesích a podobně. Nejpřesnější evidence je ovšem úplná evidence, která je již starou historií, neboť je známo, že již roku 2238 před Kristem se prováděl v Číně soupis obyvatelstva. Úplná evidence je ovšem také nejdražší, čímž vzniká rozpor, řešitelný uspokojivě pouze cestou vědy. Přitom nejsou výjimkou ani takové případy, kdy úplná evidence není ani možná. Bylo by např. nemožné spočítat krvinky v krvi pacienta, avšak přesto je nutno jejich počet v mm^3 odhadnout. Odhadnout natolik přesně, aby bylo prakticky vyloučeno, že zdravý člověk bude označen za chudokrevného nebo chudokrevný za zdravého. Také je nemožné prozkoumat kvalitu všech zrnek obilí či všech vláken bavlny při výkupu. Výběrová evidence, založená na odměrce zrní či několika chomáčcích bavlny, musí být natolik přesná, aby dodávající zemědělci nebyli při stanovování jakostní třídy ukráceni a také nebyl ukrácen výkupní sklad. Mnohdy také evidence znamená zničení výrobku: např. kvalitu žárovky je možno zjistit jen jejím vysvícením. Proto také zde je nutno

[5] Redakce Bulletinu ČSS děkuje profesoru Beranovi z katedry algebry MFF UK Praha za poskytnutí kopie této „neznámé“ práce profesora Jaroslava Hájka.

spokojit se buď jen s výběrem nebo zavést nějakou zjednodušenou zkoušku, třeba zkoušet žárovku jen co do rozžehnutelnosti.

Řešení problému, který jsme si nastínili, vyžaduje na našem myšlení, aby provedlo *skok* od známého k neznámému, abychom si na základě výběru učinili představu o neprozkoumaném zbytku souboru, který obvykle tvoří jeho valnou část. O co se musí matematická statistika opřít, aby si při tomto skoku nezlámala obě nohy? Je to teorie pravděpodobnosti, dnes již velmi vyspělý a široce se rozvíjející oddíl matematiky. Stručně lze říci, že teorie pravděpodobnosti se zabývá studiem matematických forem zákonitostí, které plodí náhoda. Náhoda dlouho unikala pozornosti vědy, která netušila, že náhoda, tj. absolutní nezákonitost, může být klíčem k objevení a pochopení tolika zákonitostí. například fysika učí, že plyn uzavřený v nádobě vykonává stejnoměrný tlak na stěny této nádoby, ať je její tvar jakýkoliv. Tento zákon platí nejen *přesto*, že jednotlivé molekuly se pohybují zcela náhodně, ale dokonce *právě proto*. Každá zákonitost v pohybu molekul by znamenala porušení tohoto zákona o rovnoměrném tlaku. Přírodopisci dlouho bezradně žasli nad tím, jak důmyslně jsou živé bytosti přizpůsobeny k životu ve svém prostředí. Nyní víme, že tato záhada je prostou výslednicí náhody a přirozeného výběru. Náhodné, individuální odchylky jednotlivých bytostí jsou účelné i neúčelné, avšak účelné se působením přirozeného výběru více zachovávají, až se nakonec fixují. Zkrátka náhoda je klíčem k zodpovězení mnoha otázek a může být podkladem mnoha užitečných metod. Zabývat se jí se vyplatí nejen při hazardních hrách, které daly ke vzniku teorie pravděpodobnosti první popud, ale všude tam, kde hraje jakousi důležitou roli, tj.– předběhneme-li trochu svou dobu – všude.

Nyní si osvětlíme, v čem spočívají přednosti náhodného výběru – jedné z velmi důležitých aplikací náhody v náhodné statistice. Na první pohled se to zdá být podivné, že by výběr provedený náhodně – tak jako se například rozdávají karty – mohl být k něčemu dobrý. Chci-li vybrat representanta z určitého souboru věcí, životní zkušenost naopak ukazuje, že je nejlepší se s těmito věcmi co možná seznámit a pak podle svého nejlepšího uvážení vybrat některou, u níž se sledovaná vlastnost zdá být nejblíže průměru. Takovým způsobem se odhaduje například celkový objem dřeva v lese, a to tak, že se vyberou representanti nejméně dva, jeden ze silné a druhý ze slabé strany. Vybrané stromy se porazí, změří a výsledek se vynásobí příslušným počtem stromů. A skutečně, pro určitý lesní úsek dá tento způsob přesnější výsledky, než kdybychom ony stromy vybrali náhodně. Mnohdy uváděná námitka, že přesnost subjektivního výběru nelze nijak objektivně ohodnotit, je v takovém případě směšná, neboť to, že subjektivní výběr je lepší než náhodný, víme v daném případě zcela objektivně. Podobná situace může vzniknout při šetření výnosů obilí, kdy z určitého lánu vybíráme jako representanty určité čtvereční metry, které posekáme a zrní z nich zvážíme. I tu lze postupovat podle svého nejlepšího uvážení, a je možné, že pro daný lán menších rozměrů bychom se setkali s lepšími výsledky než u výběru náhodného.

V čem tedy zde tkví oprávněnost náhodného výběru? Dokud budeme mít před očima výběr jednoho či dvou representantů, nikdy se blahodárnosti náhodného výběru nedopátráme. Přejděme tedy k výběrům rozsáhlým, tj. takovým, které mají praktickou důležitost. Dejme tomu, že representanty – čtvereční metry – vybíráme ne na jednom, ale na několika lánech, které pro jednoduchost nechť jsou stejně velké. Odchylku výnosu výběrového od skutečného si pro jednotlivé lány označme a uvažujme: jde nám o to, aby odchylky byly co nejmenší pro *jednotlivé* lány, tj. aby byla co nejmenší průměrná absolutní odchylka (PAO) anebo chceme, aby co do absolutní hodnoty byla co nejmenší celková odchylka (NCO) representující nám odchylku výnosu ze všech vybraných čtverců od skutečného výnosu všech zkoumaných lánů? V drtivé většině všech důležitých případů se nám jedná o odchylku celkovou, a tu jsme u kořene celé věci. Velikost PAO na rozdíl od NCO závisí nejen na absolutní velikosti chyb, ale i na jejich znaménkách. Čím více se budou znaménka střídat, tím více se jednotlivé chyby vzájemně vyruší, a tím bude celková chyba menší. A blahodárná vlastnost náhodného výběru spočívá právě v tom, že zaručuje „spravedlivé“ střídání odchylek jak kladných tak záporných. Čtenář si jistě pomyslí, že znaménka by se střídat měla i při výběru subjektivním. Avšak zkušenost ukazuje, že při každém subjektivním výběru vzniká tendence dělat buď spíše kladné nebo spíše záporné odchylky. Tím vzniká tak zvané zkreslení, které se beze změny přenáší z odchylek jednotlivých na celkovou. A v takovém případě pak námitky, že přesnost subjektivního výběru nemůžeme nijak objektivně posoudit, je plně na místě, neboť již nemůžeme říci, že by byl přesnější než náhodný. Víme sice, že jsme možná něco získali pokud jde o absolutní velikost jednotlivých odchylek, ale nevíme kolik jsme ztratili překládáním kladných či záporných odchylek. Skutečně, pokud naše vědomosti sahají, žádný princip výběru, kromě náhodného, nezávislý na detailní znalosti zkoumaného materiálu, nemůže nám zaručit spravedlivé střídání odchylek obou znamének. Kromě toho náhodný výběr nám dovoluje vyjádřit mohutnost vzájemného rušení jednotlivých odchylek přesným matematickým vzorcem.

Další skvělou vlastností náhodného výběru je to, že nám neposkytuje dobrou representaci jen některé jednotlivé stránky zkoumaného souboru – například průměrné hodnoty – ale všech jeho stránek. Náhodný výběr je s to například vypovědět nejen to, co o jednotlivých stránkách zkoumaného souboru ví, ale také i to, jak přesně to ví. například subjektivní výběr může dát pro hektarový výnos pšenice odhad 25,6q, kdežto náhodný výběr kromě toho nám dovoluje posoudit, že skutečný hektarový výnos bude skoro jistě (řekněme s pravděpodobností 0,95) v mezích 25,4–25,8q. Aby náhoda měla všechny tyto pozoruhodné vlastnosti, musí to být skutečně „čistá“ náhoda. Zde se o této věci spokojíme s následující poznámkou: Probíhá-li určitá věc mimo naši kontrolu, nesmíme z toho hned vyvozovat, že probíhá náhodně; naopak „čistá“ náhoda se vyskytuje dosti vzácně a obvykle si ji musíme „vyrábět“ pomocí míchání kartiček, pomocí zvláštních mechanismů atd.; statisíce náhodně obdržených číslic jsou soustředěny v tak zvaných tabulkách náhodných čísel, které jsou při používání náhody nepostradatelnou pomůckou.

A nyní jsou možné dvě závažné námitky. Za prvé se lze ptát, zda je správné spoléhat se jen na náhodu a hodit přes palubu všechny své znalosti o zkoumaném souboru, a za druhé, když správnost náhodného výběru připustíme, zdá se, že celý problém je tak jednoduchý a prostý, že tu není místo pro vědu ve vlastním slova smyslu. Na obě tyto zdánlivě jinam směřující námitky existuje společná odpověď: Nikdy se při náhodných výběrech, a i při jiné statistické práci, nespoléháme jen na náhodu, ale zároveň se snažíme využít všechny objektivní znalosti o zkoumaném předmětu; jelikož však tento předmět neznáme nikdy úplně (jinak bychom jej nezkoumali) je tu vždy jakési residuum neznalosti, jejíž vliv neumíme kontrolovat, a které teprve nahrazujeme náhodou, kterou kontrolovat umíme. Tím dostáváme základnu pro vědecky přesný a všech informací využívající úsudek. To ovšem zároveň nebývá vždy nejjednodušší a proto toto kombinování náhody s nenáhodou si vyžaduje hlubokého vědeckého rozpracování.

Ukažme si to na příkladu výběrových šetření, tj. zjišťování metodou náhodného výběru ukazatelů, týkajících se rozsáhlých souborů obyvatelstva, hospodářských jednotek apod. Vybrat náhodně stanovený počet jednotek z daného souboru a na nich založit svůj úsudek, by bylo velmi jednoduché, ale neúčelné. Většinou jsme totiž u tak velkých souborů schopni rozdělit je na části, které jsou stejnorodější než soubor jako celek. například je jasné, že na polích stejného geonomického typu se budou výnosy lišit méně, než na polích různého geonomického typu; nebo je pochopitelné, že procento zemědělců bude stálejší, vezmeme-li zvlášť města a zvlášť vesnice; nebo je přirozené, že percentuální výdaje na nájemné budou stálejší, vezmeme-li zvlášť úřednické a zvlášť dělnické rodiny, atp. Proto náhodný výběr neprovádíme z celého souboru jako celku, ale pro každou takovou stejnorodou část zvlášť. Tím vyloučíme vliv rozdílů mezi oblastmi – jak tyto části nazýváme – na přesnost výsledků. Ale ani tato metoda není dost pružná. Často se ukazuje, že je výhodou vybírat ne jednotlivé jednotky, ale vždy najednou celé skupiny jednotek sdružených v rámci určitých organisačních jednotek. například měříme-li určité vlastnosti dětí, je výhodné vybírat celé školy a ne jednotlivé děti. Tyto skupiny můžeme buď prozkoumat úplně, nebo u nich provést další výběr atd., jako když například vybereme některé okresy, v nich některá pole a na těchto polích posekáme některé m^2 a úrodu z nich použijeme k odhadu hektarových výnosů.

Použitím vyspělých statistických metod lze dosáhnout vysoké produktivity v tom smyslu, že při poměrně malých nákladech získáme poměrně přesné informace. Úspory tu mohou být skutečně velké, a jedině to, že při podobných výzkumech se nevede „chozrasčot", způsobuje, že často vyspělé metody zůstávají nevyužity. Zásada, že u každé práce je nutno vyčíslit nejen její výsledky, ale i s nimi spojené náklady, není zdravá jen pro výrobu, ale i pro vědu. Její nedbání vede k tomu, že lidé praxe ulpívají na často zdánlivě výhodných metodách, doporučených těmi či oněmi autoritami, neučí se a ztrácejí zájem na zlepšení. To, že se určitá metoda široce užívá, bývá často jediný argument na její obranu. Aby slovo informace mělo konkrétní náplň, lze například za jednotkovou informaci považovat odhad s chybou 10% odhadované veličiny. Jelikož k redukci chyby na jednu polovinu je při nezměněných podmínkách třeba čtyřnásobně zvětšit počet pozorování, bude odhad s chybou 5% representovat 4 jednotky informace, atd.

Vstupme nyní do sféry, kde jsou v dnešní době možnosti pro skutečně masové užívání matematické statistiky: Je to sféra kontroly kvality milionů výrobků, které chrlí náš průmysl. Dokonce se zdá, že jsme svědky vzniku nového matematického povolání - matematického statistika, specialisty v tomto oboru. Není třeba se šířit o tom, jaké úspory přináší nahrazení 100%-ní (někdy 0%-ní !) kontroly kontrolou výběrovou. A i zde není možno se spolehnout jen na to, co nám poskytne jen výběr, ale je nutno co možná využít všechny technologické znalosti odborníků řídících výrobu. Tak například, chceme-li si učinit dostatečně přesnou představu o procentu zmetků v rozsáhlé partii výrobků, bylo by nutno zkontrolovat asi 400 kusů, což je příliš mnoho. Proto na základě dobrozdání odborníků považujeme například celé série partií za stejnorodé, takže informaci získanou z jedné partie považujeme za částečně platnou i pro jinou partii. Tím lze počet kusů, které je nutno kontrolovat, značně zmenšit. Statistické metody zde užívané mají však i jiné zvláštnosti. například vlastně nám nejde přímo o to, jaké je skutečně procento zmetků, ale především o to, jak na základě výběrové evidence nejúčelněji zvolit jedno z těchto rozhodnutí:

- partie se přijímá jako dobrá;
- partie se zamítá, buď se stoprocentně překontroluje nebo vrátí.

Někdy také připouštíme třetí možnost, kdy jsouce na vážkách přibereme do výběru další kusy a rozhodujeme se teprve na základě většího výběru. Nepřetržitost výrobního procesu dala vznik použití matematické statistiky na regulaci výroby, která je vlastně jakýmsi „střežením“ jejího normálního průběhu. Ukazuje se totiž, že kvalita ustálené výroby, měřená buď procentem zmetků či jiným ukazatelem, se pohybuje v celých dlouhých periodách kolem více či méně pevného standardu a výrazně od něho odbočuje, jen je-li normální chod výrobního procesu nějak narušen. Tato porucha, mnohdy netušená a nepozorovatelná, se zobrazí do výběrové evidence, upozorní na sebe a může být včas odstraněna. Kontrola se provádí pomocí diagramu, kam nanášíme výsledky získané z výrobků, které čas od času vybíráme z „tekoucí“ produkce. I zde, tak jako při výběrových šetřeních, základnou pro přesný úsudek je skutečně náhodný způsob výběru. Přitom, žádáme-li, aby úsudek statistika byl přesný, neznamená to, že se nesmí nikdy mýlit; může se mýlit z těchže důvodů jako střelec může minout cíl, i když přesně mířil. Jde jen o to, aby omyl mohl vyplynout z těch příčin, které on započítal, a aby pravděpodobnost omylu nebyla větší, než je uváděno.

V případech, kdy pomocí výběru posuzujeme rozsáhlé, ale konečné soubory, jsou statistické metody sice užitečným, ale nikoliv *principielně* nutným nástrojem; vždy tu je zároveň možnost prozkoumat daný soubor beze zbytku. Často jsou však statistické metody principielně jediným možným přístupem k věci. Je to tehdy, kdy, jak se někdy říká, výběry provádíme z nekonečného souboru. například děti narozené na určitém území a za určitou dobu, můžeme považovat za výběr. Přitom je jasné, že soubor možností, z nichž čápi a vrány vybírají své dárky pro tatínky a maminky, je svým založením nevyčerpatelný. Oč se v podstatě v takových případech jedná? Jedná se o to, že jsou dány určité podmínky, které se mohou bez omezení opakovat a vyústit podle hry náhody buď v ten či onen jev. Přitom jsou natolik neurčité, že sledované jevy se objevují při jejich opakování ne vždy, ale jen někdy, avšak na druhé straně jsou natolik určité, aby bylo možno jednotlivým jevům připsat pevné pravděpodobnosti. například pravděpodobnost narození se chlapce je asi 0,51, čili 51%, narození se dvojčat asi 0,012, tj. 1,2%, atd. Popis takových podmínek ze statistického hlediska je totožný s popisem určitého nekonečného souboru.

Na výsledky vědeckých experimentů můžeme často hledět jako na výběry z nekonečných souborů možností a na vědecké hypotézy jako na hypotézy o těchto souborech. To platí běžně například v biologii, medicíně a v zemědělském pokusnictví, ale i v technice. Proto je zde použití statistických metod skutečně bohaté. Přitom je zajímavé, že zároveň s vypracováním vědeckých forem experimentů a jejich rozborů bylo možno odstranit mnohé předsudky. například se myslelo, že malé experimenty nemohou být základnou pro vědecký úsudek, že nemohou poskytnout hodnotnou informaci. Ukázalo se však, že dobře uspořádané experimenty skládající se z dvanácti párů pozorování, lze přesně vyhodnotit a získat z nich mnohdy i rozhodující informace. Jiný předsudek byl založen za tomto rozporu: Chceme-li co nejpřesněji zjistit určitý fakt – například o kolik jsou vyšší průměrné výnosy jednoho druhu pšenice než jiného druhu – musíme pokus provést jednak na mnoha políčkách a jednak mají být tato políčka co možná stejná, aby tu bylo co nejméně rušivých vlivů. Avšak čím víc zahrneme políček do pokusu, tím více se budou mezi sebou lišit, a tak jeden požadavek potírá druhý. Tento rozpor, jak se ukázalo, je však jen zdánlivý. Není totiž nutno, aby všechna políčka dohromady si byla podobná, ale pouze ta políčka, která mezi sebou porovnáváme; konkrétně v našem případě stačí, aby vždy dvě a dvě políčka si byla podobná. Dokonce naopak tím, že jeden druh pšenice prokáže svou převahu nad druhým na různých půdách, stává se sféra platnosti výsledku pokusu širší. Dále se mělo za to, že při pokusu se máme soustředit vždy na sledování jednoho faktoru – tak jak tomu je při ilustrativních školních pokusech s fyziky – a ostatní faktory podržet neměnné. Tato zásada se ukázala být falešnou. Naopak, například při polních pokusech je výhodné měnit několik faktorů najednou, například zkoušet zároveň různá hnojiva, jejich různé dávky, různé kultury atd. Takový pokus je pak schopen dát odpověď ne na jednu, ale na mnoho otázek, a na každou z nich tak přesně, jako by byl celý pokus určen jen k jejímu zodpovězení. Kromě toho nám dá odpověď také na to, zda je účinek některých faktorů na sobě závislý či ne. Je totiž možné, že jedné kultuře prospívá hnojivo, které jiné neprospívá, že účinek dávky dusíku je vázán na dávku fosforu, atd.

I při experimentování základnou pro vědecký rozbor musí být náhodnost, která tak jako v předešlých případech může být kombinována s nenáhodností, tj. podrobena řadě omezení. Projevuje se v náhodných volbách, například ve volbách políček pro ten který druh pšenice. Tyto náhodné volby jsou nezbytným předpokladem, aby se statistice „skok smrti“ od známého k neznámému podařil. Nedbání na náhodnost vede k paradoxním důsledkům: přesný experiment se odzrcadlí jako nepřesný a nepřesný jako přesný. Na výsledek experimentu působí totiž kromě příčin, které sledujeme, i rušivé vlivy, jejichž účinky nazýváme chybami. například na výnos určité kultury působí nejen její vniterné vlastnosti, ale i vlastnosti políčka, na kterém roste, atd. Tyto chyby se v experimentu rozdělí na dvě části: Jedny nerozlučně splynou se sledovanými účinky a zbytek umíme isolovat a změřit. Čili jedna část chyb nám ovlivnila výsledek pokusu, ale tu my neznáme, a usuzujeme na její velikost pomocí chyb, které známe. Co se však stane, když rozdělení chyb na tyto dvě skupiny neprovedeme náhodně, ale třeba tak, aby chyby ovlivňující výsledek pokusu byly co nejmenší, tj. aby pokus byl co možná nejpřesnější? Pak zbytek chyb, které jedině můžeme poznat, bude složen spíš z velkých chyb, a tak budeme nuceni se buď jakýchkoliv odhadů vzdát, anebo odhadovat, že chyby ovlivňující výsledek pokusu jsou také tak veliké. Kromě náhodností, další důležitá zásada spočívá v tom, že průběh pokusu a jeho statistický rozbor se musí podobat jako rub a líc jedné mince. Pokus musí být uspořádán tak, aby jeho fysická historie jednoznačně určovala způsob jeho rozboru. Je naprosto nepřípustné – a činily tak i mnohé autority jako byl Galton – aby statistik se nestaral, z čeho daná čísla vzešla, a manipuloval s nimi, jak se mu zlíbí. Statistik smí z dat vyčíst jen to, co v nich skutečně je, protože jinak se dopouští falšování.

Matematická statistika slouží, kromě ke prověřování vědeckých hypotes, také k odhadování nejrůznějších neznámých čísel. Někdy bývá počtářská technika statistického odhadování velmi jednoduchá, stačí například vypočíst průměr napozorovaných hodnot. například chceme-li odhadnout počet malých organizmů v daném objemu kapaliny, stačí se opřít o průměrný počet organizmů pozorovaných v mikroskopu. Avšak někdy nelze organismy v zorném poli spočítat, je-li jich mnoho a rychle se pohybují. Je-li toto procento p, pak odhad počtu organismů bude násobkem čísla $-\log p$. Sestrojení odhadu z napozorovaných čísel není vždy jednoznačné. Použitím vyspělých statistických metod přesnost jednotlivých odhadů srovnat a vybrat z nich ten nejlepší. Přesnost lze však také zlepšovat – a na to se zapomíná – vhodnou úpravou pokusu. například v našem případě, kdy se odhaduje počet organismů pomocí „prázdných“ pozorování, je nejvýhodnější zředit kapalinu tak, aby „prázných“ pozorování bylo asi 20%.

Přesné statistické metody je nutno užívat nejen v širším měřítku než dosud, ale také je nutno je užívat kritičtěji. Má-li být například při experimentu statistický rozbor jen pokračováním jeho fysické historie, musí být statistikova práce jen pokračováním práce biologa či jiného odborníka. Statistikovi nesmí být nejasno, co chtěl biolog, a biologovi nesmí být nejasno, jak uvažoval statistik. Někdy je přílišné rozbujení statistiky příznakem tápání a stagnace v příslušném oboru; kupí se hromady materiálu, a jelikož je odborníkovi jejich vnitřní smysl neznám, utíká se ke statistice jako k prostředníku, který by do údajů zavedl alespoň zdánlivý řád. Avšak tam, kde schází dialektika, je málo platná statistika. Marxovi by nebyly nic platny sebe větší hory cenové a mzdové statistiky, kdyby *za nimi* neviděl hodnotu a nadhodnotu.

Skutečnost, že statistické prostředky nejsou všemocné, můžeme si osvětlit na příkladě teorie korelace, s jejíž pomocí jsou studovány závislosti mezi nejrůznějšími veličinami. Statistik sice může měřit *sílu* závislosti mezi 22 veličinami, ale nikdy nemůže určit její *kvalitu*: zda první veličina je příčinou druhé, či druhá prvé a nebo, zda jsou následky společné příčiny. Jestli toto biolog apod. neví, statistik mu v tom nepomůže. Jak přesto všechno může být statistikova pomoc účinná, lze vidět z následujícího: Sledujeme-li závislost tělesné výšky syna na výšce otce, vidíme, že kromě dědičnosti budou tuto závislost zesilovat nejméně dvě okolnosti: Za prvé otec i syn obvykle žijí v podobných sociálních podmínkách, které na výšku člověka působí, čili část podobnosti výšek otců a synů lze přičíst na vrub podobnosti sociálních podmínek; za druhé vyšší muži si vybírají spíše vyšší ženy, takže i výška ženy bude obvykle působit na výšku syna ve stejném směru jako výška otce. Nyní, kdyby biolog chtěl zjistit „čistý" příspěvek otce k výšce syna, musel by se opřít o taková pozorování, kde by výška postavy manželky a sociální postavení byly proměnné, a tedy bez vlivu. Netřeba se šířit o tom, jak by bylo namáhavé takový soubor pozorování získat. Naštěstí je to i zbytečné, neboť statistik umí pomocí matematických prostředků „čisté" vlivy jednotlivých faktorů isolovat. Čili biolog může nechat účinky jednotlivých vlivů splynout, protože statistik je dokáže ex post zase rozdělit. Tak jako umí cvičené ucho rozpoznat jednotlivé nástroje v hrajícím orchestru, tak umí matematika i v jiných případech isolovat splynuté složky, jsou-li v určitém smyslu nezávislé. Nejznámější procedura tohoto druhu je tak zvaná harmonická analysa.

Správnému rozvoji matematické statistiky byly a jsou na škodu idealistické názory některých vlivných autorit. Tak známý anglický matematický statistik Karel Pearson byl natolik vyhraněným idealistou, že Lenin ve svém „Materialismu a empiriokriticismu" 20krát cituje jeho názory. Pearson například tvrdil, že „vědecké zákony jsou daleko více produkty lidského ducha, než fakty vnějšího světa". Jeho statistická škola však utopila většinu své energie v malichernostech a byla slepá k objevům, které měly nesmírný význam pro statistické poznávání přírody. Bohužel však vliv Pearsona u nás je často větší než jeho skvělého odpůrce R.A.Fishera, jehož dílo je skutečně pokladnicí velkých myšlenek, zrozených na základě důvěrného spojení s poznávající přírodovědou. Matematická statistika sousedí s dvěma obory – s teorií pravděpodobnosti a se sociálně ekonomickou statistikou: Je-li určitá veličina x, měnící se v závislosti na náhodě, součtem mnoha nezávislých a o sobě nepatrných složek, pak zákon rozdělení hodnot této veličiny lze vystihnout pomocí tak zvané normální či Gaussovy křivky nezávisle na bližší povaze jednotlivých složek. Teorie pravděpodobnosti se zabývá odvozením obecného tvaru této funkce, ale nestará se o to, jak v konkrétních případech pomocí pozorování odhadnout konstanty, které v této funkci vystupují – střední hodnotu $\overline{X}$ a směrodatnou odchylku σ. To je úkol matematické statistiky, která jej řeší sice pomocí teorie pravděpodobnosti, ale zároveň pomocí svých typických myšlenkových principů. Nyní dále. Rozdíl mezi matematickou statistikou a statistikou, jejímž orgánem je Státní úřad statistický, je asi tento: Sociálně ekonomická statistika řeší, opírajíc se především o politickou ekonomii, jak v dané době co nejvýstižněji zachytit sociálně ekonomický život naší země pomocí určitého systému ukazatelů. Jejich konkrétní hodnoty proudí v předepsaných termínech, jako spousta praménků, slévajících se ve veletok, sítí statistických orgánů. S tím matematická statistika nemá nic společného. Cesty obou statistik se však kříží jakmile jsou ukazatelé zjišťováni výběrovou metodou, či jakmile je potřeba, aby údaje vypovídaly i o tom, z čeho přímo nebyly získány. Kromě toho jsou tu určité formální podobnosti ve způsobu redukce, čili zhušťování dat.

Nyní závěr. Velký společenský význam matematické statistiky spočívá v tom, že poskytuje lidstvu nástroj k poznávání pravd, které se nemohou plně projevit pomocí jednoho, ale teprve pomocí mnoha pozorování. Tím jsou podstatně rozšířeny možnosti, jak pomocí pravd relativních se blížit k pravdě absolutní. Kromě toho v matematické statistice byla postavena otázka vědeckých zásad indukce, tj. způsobu usuzování z následku „nazpět" na příčinu, z pozorování na hypotesu, a výběru na soubor. Tak jako před 2 000 lety zákony deduktivního myšlení našly svůj skvělý výraz v Eukleidově geometrii, tak i dnes staré umění „učit se ze zkušeností" dostává přesnou podobu v matematické statistice.

Prof. Ing. Jaroslav Hájek, DrSc., výrazně přispěl k vývoji matematické statistiky v šedesátých letech a v první polovině let sedmdesátých ve světě i u nás. Vzhledem k tomu, že od jeho předčasné smrti uplynulo více než čtvrt století a mnoho statistiků ho zná jen z vyprávění, přiblížme jeho význam pro širokou statistickou obec.

Připomeňme nejprve základní životopisné údaje. Profesor Hájek se narodil 4. února 1926 v Poděbradech, kde absolvoval základní školní docházku. V roce 1945 zakončil maturitou studium na gymnáziu v Praze. Poté studoval statistické inženýrství na ČVUT, které ukončil v roce 1949; týž rok publikuje první práci z výběrových šetření. V letech 1951 – 54 absolvoval doktorandské studium v MÚ ČSAV, kde pak pracoval jako vědecký pracovník až do roku 1966. V roce 1964 přechází na KPMS MFF UK a stává se jejím vedoucím až do předčasné smrti v roce 1974. Chronické onemocnění ledvin mu značně ztěžovalo poslední léta života. Od roku 1971 byl na dialýze, v zimě 1973/74 mu byla transplantována ledvina. Operace se zdařila, profesor Hájek ale umírá o několik měsíců později na zápal plic.

V roce 1963 obhájil doktorskou dizertační práci z oblasti statistiky v náhodných procesech. Výrazně ovlivnil vývoj katedry po všech stránkách. Motivuje všechny členy katedry ke zvýšení a zkvalitnění vědecké činnosti, zavádí moderní partie matematické statistiky a pravděpodobnosti do výuky, v neposlední řadě požaduje, aby se členové katedry zapojili do aplikací statistiky a propojení vědy, po celý život propagoval aplikace.

Stále živý odkaz Hájkova díla asi nejlépe dokumetují následující tři práce:

- S. Kotz, N. L. Johnson, Breakthroughts in Statistics, Volume III. Springer Verlag, New York, 1997.
- Collected Works of Jaroslav Hájek. J. Wiley, New York, 1998.
- J. Hájek, Zb. Šidák, P. K. Sen, Theory of Rank Tests, 2nd ed. Academic Press, New York, 1999.

Prof. RNDr. Marie Hušková, DrSc, KPMS MFF UK Praha.

Informační bulletin České statistické společnosti vychází čtyřikrát za rok v českém vydání. Předseda společnosti: Ing. Zdeněk Roth, CSc., SZÚ Praha, MSP, Šrobárova 48, 100 42 Praha 10, e-mail: marek.malý@szu.cz ISSN 1210-8022
Redakce: doc. RNDr. Gejza Dohnal, CSc., Jeronýmova 7, 130 00 Praha 3
e-mail: dohnal@fsik.cvut.cz