

# O DORFMANOVĚ SKUPINOVÉM TESTOVÁNÍ

JAROMÍR ANTOCH

MFF UK, KPMS

**Moto:** Years ago, old Mr Lyle carried a milk bottle, filled to the brim with yellow fluid, to the Ballantrae Polyclinic and Health Center. He went into the clinic and handed the bottle carefully to a nurse. 'Here it is, Nurse Cameron. The urine specimen. Name of Fergus Lyle ...'.

'Aye. Coom back in three days for the analysis'.

In three days, Mr Lyle returned. He was taken to see Dr Howard, a young doctor. The doctor glanced down a report and said, 'Well, Mr Lyle, the laboratory report they gie ye is all fine. Complete bill o'health. No diseases.'

Mr Lyle went home with great speed and scarcely contained delight. Before he was through the door of his house he cried, 'Kathy, lass, Kathy! It's great news I am bringing'!

His wife hurried in from the kitchen, 'Aye?'

'Hoot, Kathy, it's fine I'am in all respects! And so are ye, and so is y'r old dad an' y'r brother Nairn, and bonnie cousin Molly, and also my brother Clyde, an' his woman, and my old friend Douglas, an' th' charwoman ...'. cf. Rosten (1985)

Je dobře známo, že kontrola všech prvků velké populace je záležitostí zpravidla nejenom pracnou, ale i nákladnou. V mnoha praktických případech se proto běžně „obchází“ tím způsobem, že zkontrolujeme pouze určitou náhodně vybranou část populace a je-li počet vadných prvků ve výběru „příliš vysoký“, zamítneme celou populaci (dodávku ...). V některých případech je ale naším hlavním cílem eliminovat všechny vadné prvky v populaci. Dochází k tomu například tehdy, kdy by použití vadného prvku mohlo ve výrobě způsobit „katastrofu“ či při některých kontrolách ve zdravotnictví apod. Je přitom evidentní, že v situaci, kdy chceme v dané populaci odhalit všechny vadné prvky, nevystačíme zpravidla pouze s klasickými metodami statistické přejímky. Nicméně, při splnění určitých podmínek lze v mnoha případech i zde podstatně ušetřit čas a náklady volbou vhodné (statistické) procedury. Základním cílem tohoto příspěvku je popsat jeden z možných přístupů k řešení daného problému, tzv. metodu Dorfmanova skupinového testování a některá její zobecnění.

## 1. ZÁKLADNÍ PRINCIP DORFMANOVA SKUPINOVÉHO TESTOVÁNÍ

Během druhé světové války dostala americká státní zdravotní služba za úkol odhalit mezi občany povolányými ke službě v armádě všechny trpící syfilidou. K odhalení se používala klasická Wassermanova zkouška, tj. test na přítomnost syfilitického antigenu. Úloha, kterou zformuloval Prof. Dorfman byla následující. Představme si, že část krve

---

Rád bych poděkoval touto cestou Josefu Machkovi za podnětné diskuse a Gejzovi Dohnalovi za výtvarné ztvárnění mého problému.

odebrané od každého z  $n$  jedinců „slijeme“ dohromady a tento nový – skupinový – vzorek podrobíme Wassermanově zkoušce. Dodržujeme přitom samozřejmě řadu standardních pravidel, např. mísíme spolu pouze krev téže krevní skupiny apod. Jestliže bude reakce skupinového testu pozitivní, provedeme individuální test krve u každého z  $n$  jedinců ve skupině, čímž odhalíme všechny nakažené ve skupině. Naopak, jestliže reakce skupinového testu bude negativní, prohlásíme všech  $n$  prvků ve skupině za negativní. Při takovémto postupu se okamžitě objeví dvě základní otázky:

- bude technika skupinového testování vyžadovat méně analýz a je-li tomu tak, kolik analýz v praxi skutečně ušetříme;
- jaká je optimální volba velikosti skupin.

Dorfmanova odpověď byla překvapivě jednoduchá. Uvažujme populaci rozsahu  $N$  a označme pomocí  $p$  pravděpodobnost jevu, že náhodně vybraný jedinec je vadný (nevyhovující, infikovaný ...), tj. zkouška u něj dopadne pozitivně. Takové jedince budeme v celém dalším textu značit pomocí  $NC$  (non-conforming), zatímco pomocí  $C$  (conforming) budeme značit jedince dobré (vyhovující, neinfikované ...), tj. jedince u nichž zkouška dopadne negativně. Potom je jasné, že

$$p^* = P(\text{ve skupině rozsahu } n \text{ bude alespoň jeden vadný prvek}) = 1 - (1 - p)^n.$$

Dále je zřejmé, že v praxi budeme musít provést minimálně  $N/n$  zkoušek. Prakticky jich však bude samozřejmě více, neboť u řady skupin bude třeba provést dodatečné testování jednotlivých prvků. Jelikož  $p^*N/n$  je očekávaný podíl pozitivně testovaných  $n$ -členných skupin v populaci rozsahu  $N$  za předpokladu, že podíl vadných prvků je  $p$ , potom očekávaný počet potřebných analýz (testů) je

$$E(T) = \frac{N}{n} + n \frac{N}{n} p^* \quad \text{a} \quad \text{var}(T) = n N p^* (1 - p^*) = n N \left( (1 - p)^n - (1 - 2p)^{2n} \right).$$

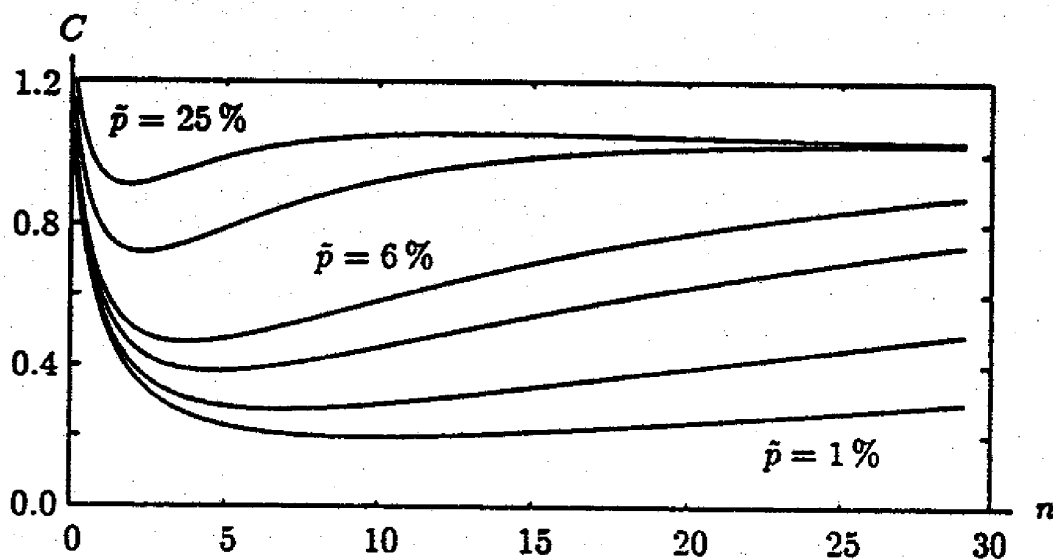
Je evidentní, že podíl očekávaného počtu testů potřebných pro skupinovou techniku ku počtu všech individuálních analýz, tj.

$$C = \frac{E(T)}{N} = \dots = \frac{n+1}{n} - (1-p)^n$$

nás dobře informuje o očekávaných „relativních nákladech na testování“. Přitom jeho hodnoty záleží pouze na dvojici  $(n, p)$ . Jak se mění hodnota  $C$  v závislosti na měnícím se  $n$  pro vybrané hodnoty  $p$  je možné vidět na obrázku 1. Poznamenejme, že způsob formálního zavedení Dorfmanovy procedury vede k tomu, že pro  $n = 1$  se pozitivní případy kontrolují ještě jednou, z čehož plyne v daném případě hodnota  $C > 1$ . Tabulka 1 shrnuje optimální volby rozsahu skupin  $\tilde{n}$  minimalizující  $C$  za předpokladu, že podíl vadných prvků (vyjádřený v %) v celé populaci je právě  $\tilde{p}$ . Z této tabulky je evidentní, že úspory mohou být značné. Na paměti však stále musíme mít skutečnost, že použití tohoto přístupu je podstatně závislé na splnění následujících podmínek:

- testování je bezchybné;
- podíl prvků typu  $NC$  není příliš vysoký;
- provádění skupinových testů „nehrozí kvalitě“ testování;
- získat pozorování o skupině je jednodušší a ekonomičtější než o každém jednotlivci zvlášť.

Danou metodu tedy není radno bezhlavě použít vždy a všude, nicméně, není problém si představit její použití například v chemii či potravinářství. V některých oblastech zdravotnictví se tato metoda, mnohdy pouze intuitivně, používá běžně.



Obr. 1. Hodnoty  $C$  v závislosti na změně rozsahu kontrolní skupiny  $n$  a podílu vadných prvků v populaci  $\bar{p}$ ,  $\bar{p} = 1, 2, 4, 6, 15$  a  $25\%$ .

$\bar{p}$ (%)	$\bar{n}$	$C$	$\bar{p}$ (%)	$\bar{n}$	$C$	$\bar{p}$ (%)	$\bar{n}$	$C$
1	11	0.20	6	5	0.47	13	3	0.67
2	8	0.27	7	5	0.50	15	3	0.72
3	6	0.33	8	4	0.53	20	3	0.82
4	6	0.38	10	4	0.59	25	3	0.91
5	5	0.43	12	4	0.65	30	3	0.99

Tabulka 1. Hodnoty  $\bar{n}$  minimalizující  $C$  pro pevnou hodnotu podílu  $\bar{p}$  vadných prvků v populaci (vyjádřenou v %).

Brzy po uveřejnění Dorfmanova krátkého příspěvku se objevila řada modifikací a vylepšení této základní jednoduché myšlenky. S některými se seznámíme v následujících odstavcích, jiné si čtenář musí vyhledat v citované literatuře.

## 2. POMOCNÉ ÚVAHY

Mějme k dispozici populaci rozsahu  $N$  obsahující  $D$  prvků typu  $NC$ . Provedme tah  $n$  jednotek bez vracení a zkontrolujme všechny vytažené prvky. Předpokládejme přitom, že o každém prvku jsme schopni jednoznačně rozhodnout, zda je typu  $C$  nebo  $NC$ . Je dobře známo, že při testování se můžeme dopustit dvou typů chyb, tj. prvek typu  $NC$  označíme jako  $C$  nebo naopak prvek typu  $C$  označíme jako  $NC$ . Nechť

$$p = P(\text{prvek typu } NC \text{ je (správně) klasifikován jako } NC), \quad 0 \leq p \leq 1,$$

$$p' = P(\text{prvek typu } C \text{ je (nesprávně) klasifikován jako } NC), \quad 0 \leq p' \leq 1.$$

Dále si zavedme náhodné veličiny  $Y$  a  $Z$  popisující:

- $Y$  ... skutečný (neznámý) počet prvků typu  $NC$  ve výběru;
- $Z$  ... počet prvků typu  $NC$  ve výběru deklarovaných jako  $NC$  na základě individuálního testování, tj. jako výsledek námi provedené kontroly.

Je dobře známo, že rozdělení  $Y$  je hypergeometrické s parametry  $(n; D, N)$ , tj.

$$P(Y = y) = \binom{D}{y} \binom{N-D}{n-y} / \binom{N}{n}, \quad \max(0, n - N + D) \leq y \leq \min(n, D).$$

Toto rozdělení budeme textu značit  $Hypg(n; D, N)$ . Naším hlavním cílem bude v dalších odstavcích určit rozdělení  $Z$  a spočítat některé její základní charakteristiky. Poznamenejme, že řadu výpočtů nám může podstatně usnadnit použití programů typu *Mathematica*<sup>®</sup> či *Maple*<sup>®</sup> apod. Celou situaci si rozdělíme do tří odstavců podle podrobnější znalosti modelu.

### 2.1. Příklad $p' = 0$ & $p < 1$ .

Jedná se o situaci, kdy všechny prvky ve výběru, jež prohlásíme na základě našeho testování za  $NC$ , jsou skutečně typu  $NC$ . Potom  $P(Z = z) = P(\text{mezi } y \text{ skutečně vadnými prvky ve výběru jich detekujeme právě } z)$  a s využitím věty o úplné pravděpodobnosti dostaneme

$$P(Z = z) = \sum_y P(Z = z | Y = y) P(Y = y).$$

Jelikož  $\mathcal{L}(Z | Y = y) \sim Bi(y, p)$ , tj.

$$P(Z = z | Y = y) = \binom{y}{z} p^z (1-p)^{y-z}, \quad z = 0, 1, \dots, y,$$

dostáváme

$$(2.1) \quad P(Z = z) = \binom{N}{n}^{-1} \sum_{y=\max(y', z)}^{y''} \binom{D}{y} \binom{N-D}{n-y} \binom{y}{z} p^z (1-p)^{y-z},$$

kde  $y' = \max(0, n - N + D) \leq y \leq \min(n, D) = y''$ . Toto složené rozdělení budeme v dalším textu symbolicky značit

$$\mathcal{L}(Z) \sim Bi(Y, p) \underset{Y}{\wedge} Hypg(n; D, N).$$

Pro nalezení základních charakteristik  $Z$  je výhodné použít metodu faktoriálních momentů. Označíme-li  $\alpha^{(r)} = \alpha(\alpha - 1) \dots (\alpha - r + 1)$ , potom lze ukázat, že

$$E Z^{(r)} = E Z(Z - 1) \dots (Z - r + 1) = \frac{p^r n^{(r)} D^{(r)}}{N^{(r)}},$$

takže

$$E Z = \frac{npD}{N} \quad \& \quad \text{var } Z = np^2 \frac{(n-1)D(D-1)}{N(N-1)} + \frac{npD}{N} \left(1 - \frac{npD}{N}\right).$$

Snadno pak lze ukázat, že

$$\frac{n(N-n)}{N-1} \frac{pD}{N} \left(1 - \frac{pD}{N}\right) \leq \text{var } Z \leq n \frac{pD}{N} \left(1 - \frac{pD}{N}\right),$$

neboli, schematicky zapsáno,  $\text{var } \text{Hypg}(n; pD, N) \leq \text{var } Z \leq \text{var } \text{Bi}(n, pD/N)$ .

**Poznámka:** Předpokládejme, že máme k dispozici populaci rozsahu  $N$  a provádíme z ní tahy bez vracení, přičemž každý prvek ihned po vytažení podrobíme kontrole. Proces ukončíme v okamžiku, kdy  $m$  prvků bylo prohlášeno za  $NC$ . Naším úkolem nechť je stanovit rozdělení náhodné veličiny  $G$  popisující počet prvků jež musíme podrobit kontrole. Je zajímavé, že odpověď dostaneme okamžitě z rozdělení náhodné veličiny  $Z$ , neboť

$$P(G > g) = P(Z < m),$$

kde  $P(Z = z)$  je dána vztahem (2.1) s  $n$  zaměněným za  $g$ .

Vzhledem k tomu, že může nastat situace kdy zkontrolujeme všech  $N$  prvků aniž dostaneme  $m$  prvků typu  $NC$  i když  $D \geq m$ , jedná se o nevlastní náhodnou veličinu. Je totiž

$$P(G \leq n) = P(Z \geq m),$$

kde  $\mathcal{L}(Z) \sim \text{Bi}(D, p)$ .

Jestliže z dané populace rozsahu  $N$  vytáhneme pouze vzorek rozsahu  $n$ , potom výsledné rozdělení  $G$  je dáno analogicky, tentokrát však bude useknuto hodnotami  $G \leq n$ . Výsledné rozdělení je opět nevlastní, neboť

$$P(G \leq N) = P(Z \geq m) < 1,$$

kde

$$P(Z = z) = \binom{N}{n}^{-1} \sum_{y=\max(y', z)}^{y''} \binom{D}{y} \binom{N-D}{n-y} \binom{y}{z} p^z (1-p)^{y-z}.$$

Je zajímavé si všimnout, že myšlenka skrývající se za výše uvedenou úvahou je analogická standardní situaci v teorii obnov. Označíme-li  $N(t)$  počet obnov v intervalu  $(0, t)$  a  $S_k$  dobu do  $k$ -té obnovy, potom  $S_k < t \Leftrightarrow N(t) \geq k$ , takže

$$P(S_k < t) = P(N(t) \geq k), \quad k = 0, 1, \dots$$

Podobně u nás, značí-li  $T_k$  počet prvků deklarovaných jako  $NC$  v  $k$  pokusech, potom  $T_k < m \Leftrightarrow G > k$ , takže skutečně můžeme k řešení použít rozdělení náhodné veličiny  $Z$  jak uvedeno výše.

## 2.2. Příklad $p' > 0$ & $p < 1$ .

Jak již víme z předchozího odstavce, rozdělení  $Y$  je  $Hypg(n; D, N)$ . Na rozdíl od předchozího odstavce je ale počet prvků klasifikovaných jako  $NC$ , ať již správně nebo ne, tentokrát součtem dvou podmíněně binomicky rozdělených náhodných veličin, tj.  $Z = W + W'$ , kde

- $W$  ... popisuje počet prvků typu  $NC$  klasifikovaných (správně) jako  $NC$ ;
  - $W'$  ... popisuje počet prvků typu  $C$  klasifikovaných (nesprávně) jako  $NC$ .
- $W$  a  $W'$  jsou, při daném  $Y = y$ , nezávislé a

$$\mathcal{L}(W | Y = y) \sim Bi(y, p) \quad \& \quad \mathcal{L}(W' | Y = y) \sim Bi(n - y, p').$$

Podmíněné rozdělení  $\mathcal{L}(Z | Y = y)$  je pak dáno konvolucí těchto podmíněně binomicky rozdělených náhodných veličin.

Hledané rozdělení  $Z$  dostaneme naprosto stejným způsobem jako v předchozím případě a použitím věty o úplné pravděpodobnosti dostaneme

$$\begin{aligned} P(Z = z) &= \sum_y P(Z = z | Y = y) P(Y = y) = \\ &= \binom{N}{n}^{-1} \sum_{y=\max(y', z)}^{y''} \binom{D}{y} \binom{N-D}{n-y} \times \\ &\quad \times \sum_{w=\max(y', z)}^{\min(y, z)} \binom{y}{w} p^w (1-p)^{y-w} \binom{n-y}{z-w} p'^{z-w} (1-p')^{n-y-z+w}, \end{aligned}$$

kde  $0 \leq z \leq y$ ,  $y' = \max(0, n - N + D) \leq y \leq \min(n, D) = y''$ . Toto rozdělení budeme dále schematicky značit

$$\mathcal{L}(Z) \sim \left[ Bi(Y, p) * Bi(n - Y, p') \right] \wedge_Y Hypg(n; D, N).$$

Pro nalezení základních charakteristik  $Z$  je i zde nejvýhodnější použít metodu faktoriálních momentů. Po výpočtech o něco pracnějších než v předchozím odstavci dostaneme

$$E Z^{(r)} = E Z(Z-1)\dots(Z-r+1) = \frac{n^{(r)}}{N^{(r)}} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} p^j p'^{r-j} D^{(j)} (N-D)^{(r-j)}.$$

Označíme-li  $\bar{p} = pD/N + (1 - D/N)p'$ , potom

$$E Z = \frac{n}{N} (Dp + (N-D)p') \quad \& \quad \text{var } Z = n\bar{p}(1-\bar{p}) + \frac{n(n-1)}{N(N-1)} (p'(N-D) + pD)^2.$$

### 3. DORFMANOVA PROCEDURA REVISITED

Vraťme se zpět k Dorfmanově proceduře popsané v odstavci 1., kde jedním z našich základních předpokladů byla bezchybnost procedury již používáme pro testování. Jak však dobře víme z praxe, toto není bohužel vždy pravidlem. Podívejme se proto na situaci kdy může docházet k chybám podrobněji. Označme přitom:

$N$	...	rozsah populace;
$n$	...	rozsah výběru;
$p$	...	$P(\text{prvek typu } NC \text{ je (správně) klasifikován jako } NC), 0 \leq p \leq 1;$
$p'$	...	$P(\text{prvek typu } C \text{ je (nesprávně) klasifikován jako } NC), 0 \leq p' \leq 1;$
$Y$	...	skutečný (neznámý) počet prvků typu $NC$ ve výběru;
$Z$	...	počet prvků typu $NC$ ve výběru deklarovaných jako $NC$ na základě individuálního testování, tj. jako výsledek námi provedené kontroly;
$U$	...	alternativní náhodnou veličinu, pro níž: $U = 0$ ... skupinový test dá negativní výsledek, $U = 1$ ... skupinový test dá pozitivní výsledek;
$p_0$	...	$P(U = 1   Y > 0);$
$p'_0$	...	$P(U = 1   Y = 0).$

Z předchozího je zřejmé, že pokud  $U = 0$ , není třeba další testování, zatímco pokud  $U = 1$ , je třeba reagovat. Naším cílem je opět nalézt rozdělení náhodné veličiny  $Z$ . Zopakujeme-li (s výjimkou zřejmých modifikací) tytéž úvahy v odstavci 2., dostaneme pro  $p' > 0$  a  $p < 1$ ,

$$\mathcal{L}(Z) \sim \left[ Bi(UY, p) * Bi(U(n - Y), p') \right] \underset{Y}{\wedge} Hypg(n; D, N).$$

Podobně jako v odstavci 2.2 i zde můžeme nalézt faktoriální momenty příslušné k  $Z$ , jež jsou tvaru

$$E Z^{(r)} = n^{(r)} \left\{ \frac{p_0}{N^{(r)}} \sum_{i=0}^r \binom{r}{i} D^{(i)} (N - D)^{(r-i)} p^i p'^{(r-i)} - (p_0 - p'_0) p'^r P_0(n) \right\},$$

kde  $P_0(n) = (N - D)^{(n)} / N^{(n)}$ . Položme

$$P_{(0)} = (p_0 - p'_0) P_0(n) \text{ a } \bar{p} = N^{-1}(Dp + (N - D)p').$$

Odtud okamžitě dostáváme

$$E Z = n(p_0 \bar{p} - P_{(0)} p')$$

$$\text{var } Z = n^{(2)} \left[ p_0 \left\{ \bar{p}^2 - \frac{D(p^2 - \bar{p}^2) + (N - D)(p'^2 - \bar{p}^2)}{N(N - 1)} \right\} - P_{(0)} p'^2 \right] + n(p_0 \bar{p} - P_{(0)} p') - n^2 (p_0 \bar{p} - P_{(0)} p')^2.$$

Podívejme se ještě na ty charakteristiky studované procedury ukazující efektivnost skupinového testování. Poměrně snadno lze totiž ukázat, že:

- 1) Pravděpodobnost správné klasifikace prvku typu  $NC$  je rovna  $p_0 p$ .
- 2) Pravděpodobnost správné klasifikace prvku typu  $C$  je rovna  $1 - (p_0 - P_{(0)}^*) p'$ ,  
kde

$$P_{(0)}^* = (p_0 - p'_0) \cdot \frac{(N - D - 1)^{(n-1)}}{(N - 1)^{(n-1)}}.$$

- 3) Očekávaný počet testů je roven

$$E = 1 - n(p_0 - P_{(0)}).$$

Jelikož očekávaný počet testů bez skupinového testování je  $n$ , dostaneme okamžitě očekávaný podíl uspořené testů jako  $1 - E/n = 1 - n^{-1} - p_0 + P_{(0)}$ .

Tyto výsledky nám již umožňují určit vhodný rozsah skupin tak, abychom dosáhli vysoké úspory potřebných testů a zaručili zároveň co nejmenší podíl špatné klasifikace.

#### 4. NĚKTERÁ DALŠÍ ZOBECNĚNÍ

##### A) Hierarchické skupinové testování.

Jestliže některý skupinový test dá pozitivní výsledek, nabízí se okamžitě přirozená možnost neprovádět individuální testování všech jedinců, nýbrž postupovat i nadále s použitím skupinového testování, tentokrát ale hierarchicky. Nejjednodušší je postupovat metodou půlení rozsahu testovaných souborů. Poněkud rafinovanější postup je popsán v práci Kotze a Johnsona (1982).

##### B) Sterrettova modifikace Dorfmanova skupinového testování.

Myšlenka, s níž přišel A. Sterrett (1957) byla následující, totiž, místo individuálního testování každého prvku v pozitivní skupině:

- a) testovat pouze tak dlouho než narazíme na první pozitivní test;
- b) ze zbývajících vzorků vytvořit další skupinový vzorek a tento otestovat;
  - v případě negativního výsledku tohoto nového skupinového testu testování ukončit;
  - v případě pozitivního výsledku se vrátit do bodu a).

Ve svém článku Sterrett ukázal, že při optimálně zvolené velikosti skupin lze dosáhnout v průměru až 6% úspory rozsahu zkoušek proti standardní Dorfmanově proceduře (poznamenejme, že optimální velikost skupin je zde jiná než v případě Dorfmanovy procedury). Johnson a Kotz se později zabývali modifikací tohoto postupu, kdy místo čekání na první pozitivní test v posloupnosti individuálních testů navrhli čekat na  $g$ -tý,  $g \geq 2$ , pozitivní test a teprve po něm provádět skupinový test pro zbylá pozorování.



### C) Některá další zobecnění.

V literatuře lze nalézt mnoho dalších modifikací. Patří mezi ně například:

- (1) Postupy umožňující provádět skupinové testování v případě kdy se snažíme odhalit *více než jeden* typ nekonformity. Celou situaci v praxi zpravidla ztěžuje fakt, že jednotlivé typy vadnosti jsou v populaci zastoupeny nerovnoměrně a metody pro jejich odhalení nemusí být nutně stejně citlivé. Typickým příkladem je například skupinový test na tři typy hepatitidy u dárců krve prováděný jedním testem apod. Tuto modifikaci studovali jako první Kemp a Kemp (1988).
- (2) Jinou zajímavou situací je případ, kdy provedený skupinový test neindikuje pouze existenci alespoň jednoho vadného prvku ve skupině, ale i jejich přibližný počet. První práce tohoto druhu byla studována v práci Pfeifera a Enise (1978) a posléze zobecněna v pracích Johnsona a Kotze a jejich studentů. V literatuře ji nalezneme pod názvem „Curtailed Dorfman-type procedure“.
- (3) Další analogií Dorfmanova postupu je modifikace navržená Graffem a Roeloffsem (1972, 1974). Jejich základní myšlenka je následující, totiž, nejprve provádět individuální testování a toto ukončit v okamžiku kdy „jsme přesvědčeni“, že o zbytku skupiny může s vysokou pravděpodobností rozhodnout jeden skupinový test. Tento závěrečný skupinový test pak je třeba samozřejmě pro kontrolu provést.
- (4) Znáhodněné sekvenční a kvazisekvenční postupy atd.

Jelikož se během času vyskytlo v literatuře mnoho prací na toto téma, vzhledem k nedostatku místa mi nezbyvá než odkázat zájemce na citovanou literaturu.

### LITERATURA

- [1] Armstrong W., *A chart to describe and measure the effects of individual inspection errors*, The Statistician 31 (1982), 199–209.
- [2] Bross I. D. J., *Misclassification in  $2 \times 2$  tables*, Biometrics 10 (1954), 478–486.
- [3] Chen C. L., Swallow W. H., *Using group testing to estimate a proportion and to test the binomial model*, Biometrics 46 (1990), 1035–1046.
- [4] Das M. N., Choudhury D. R., *On problem of search using group testing*, The Indian Journal of Statistics 49 B(2) (1987), 137–147.
- [5] Dorfman R., *The detection of defective members of large populations*, The Annals of Mathematical Statistics 14 (1943), 436–440.
- [6] Garey M. R., Hwang F. K., *Isolating a single defective using group testing*, The Journal of American Statistical Association 67 (1974), 151–153.
- [7] Gastwith J. L., Hammick P. A., *Estimation of the prevalence of a rare disease preserving the anonymity of the subject by group testing. Application to estimating the prevalence of AIDS antibodies in blood donors*, Journal of Statistical Planning and Inference 22 (1989), 15–27.
- [8] Graff L. E., Roeloffs R., *Group testing in the presence of test error. An extension of the Dorfman procedure*, Technometrics 14 (1972), 113–122.
- [9] Graff L. E., Roeloffs R., *Group testing in the presence of test error*, The Journal of American Statistical Association 69 (1974), 159–163.
- [10] Huang Q., Johnson N. L., Kotz S., *Modified Dorfman-Sterrett screening (group testing) procedures and the effect of faulty inspection*, Communications in Statistics – Theory and Methodology 18 (1989), 1485–1495.
- [11] Hwang F. K., *On finding a single defective in binomial group testing*, The Journal of American Statistical Association 69 (1974), 149–150.
- [12] Hwang F. K., *Robust group testing*, Journal of Quality Technology 16 (1984), 189–195.
- [13] Johnson N. L., Kotz S., *Some multivariate distributions arising in faulty sampling inspection*, Multivariate Statistics VI. (Krishnaiah P. R., ed.), Elsevier, Amsterdam, 1985, pp. 311–325.

- [14] Johnson N. L., Kotz S., Wu X., *Inspection errors for attributes in quality control*, 212 pp., Chapman & Hall, London, 1991.
- [15] Kemp. A. W., Kemp C. D., *A simple inspection scheme for two types of defect*, J. of Opl. Res. Soc. 39, 237 - 241.
- [16] Kotz S., Johnson N. L., *Errors in inspection and grading: distributional aspects of screening and hierarchical screening*, Communications in Statistics - Theory and Methodology 11 (1982), 1997 - 2016.
- [17] Kotz S., Johnson N. L., *Some distributions arising from faulty inspection with multitype defectives and applications for grading*, Communications in Statistics - Theory and Methodology 12 (1983), 2809 - 2821.
- [18] Lavin M., *Inspection efficiency and sampling inspection plans*, The Journal of American Statistical Association 41 (1946), 432 - 438.
- [19] Mundel A. B., *Group testing*, The Journal of the Quality Technology 16 (1984), 46 - 54.
- [20] Pfeifer C. G., Enis A., *Dorfman - type group testing for a modified binomial model*, The Journal of American Statistical Association 73 (1978), 588 - 592.
- [21] Rosten L., *Giant Book of Laughter*, 463 pp., Crown, New York, 1985.
- [22] Sobel M., Groll P. A., *Group testing to eliminate efficiently all defectives in a binomial sample*, Bell System Technical Journal 38 (1959), 1179 - 1251.
- [23] Sterret A., *On the detection of defective members of large populations*, The Annals of Mathematical Statistics 28 (1957), 1033 - 1036.
- [24] Swallow W.H., *Group testing for estimating infection rates and probabilities of disease transmission*, Phytopathology 75 (1985), 882 - 889.
- [25] Swallow W.H., *Relative mean square error and cost considerations in choosing group size for group testing to estimate infection rates and probabilities of disease transmission*, Phytopathology 77 (1987), 1376 - 1381.
- [26] Thomas et al., *Applications of the group-testing procedures in radiological health*, Health Physics 25 (1973), 259 - 266.
- [27] Watson, *A study of the group-screening method*, Technometrics 3 (1961), 371 - 388.
- [28] Wolf J. K., *Born again group testing. Multiaccess communications*, IEEE Transactions on Information Theory IT 31 (1985), 185 - 191.

MFF UK, KPMS, SOKOLOVSKÁ 83, 186 00 PRAHA 8 - KARLÍN

E-mail: jaromir.antoch@karlin.mff.cuni.cz

MOČ	NEG.	8,-
Fe	> 192	15,-
leukocyty	5-8	22,-
jaterní testy	< 150	35,-
...	...	...
HIV	NEG.	350,-
hepatitis A, B, C	NEG.	250,-

Pozn: Při hromadných odběrech POSKYTUJEME SLEVOU...

MALENOVICE - BOROVA' ... XII. 1993



