

I. THE STATISTICAL RELATIONS IN PHARMACOKINETICS (MRT) AS THE PARAMETER OF NONCOMPARTMENTAL PHARMACOKINETIC ANALYSIS : (AN ESTIMATION)

II. THE SOLVING OF EQUATIONS IN PHARMACOKINETICS (ASAE): ALGEBRAIC SOLVING OF THE ALGEBRAIC EQUATIONS : (BY THE METHOD OF REFORMATION)

Karel Čečetka , ÚEBF ČSAV Hradec Králové , II.oddělení (54922) Dlouhé Rzy,ČSR,(2/90)

I.(MRT) F(X).. distribuční funkce pravděpodobnosti jevu,že náhodná veličina (molekula farmaka) neopustila organismus do času (X) po podání.

F'(X) = f(x) = dF(X)/dX .. hustota rozložení pobytových časů (X).

Mean Residence Time : první moment náhodné veličiny (X) :  $MRT = \int_0^{\infty} (X dF(X)/dX) dx$  : statistická střední hodnota veličiny (X):střední čas udržení náhodné molekuly v orgánu.

Nechť  $y=C(x)$  je funkcí algebraickou nebo transcendentní pro koncentraci látky přítomné v organismu v čase (x) ,pak  $(AUC) = \int_S^H C(x) dx$  se nazývá prostor pod křivkou koncentrace (area under concentration-time curve) ,dále  $(AUMC) = \int_S^H xC(x) dx$  prostor pod první momentovou křivkou koncentrace (area under moment curve) v intervalu (S,H).Pak lze odvodit vztah :  $MRT = AUMC / AUC$  ,zde citovaný pro lineární farmakokinetiku.

Přehled funkcí používaných v nonkompartmentové (NC) farmakokinetické analýze :

1) Funkce splňující podmínku  $(S,H)=(0, +\infty)$ . Symbolika : C : xC :

$$C = ax^n e^{-bx} \quad , \quad (xC) = ax^{n+1} e^{-bx} \quad , \quad MRT = (\Gamma(n+2)/b^{n+2}) / (\Gamma(n+1)/b^{n+1}) = (n+1)/b$$

$$C = ae^{-b^2 x^2} \quad , \quad (xC) = axe^{-b^2 x^2} \quad , \quad MRT = 1/(b \cdot \pi^{1/2})$$

$$C = ax^n e^{-bx^2} \quad , \quad (xC) = ax^{n+1} e^{-bx^2} \quad , \quad MRT \text{ podle vztahu } \Gamma((n+1/2))$$

$$C = ae^{-bx} + ce^{-dx} \quad , \quad (xC) = axe^{-bx} + cxe^{-dx} \quad , \quad \text{použití } \sum (ae^{-bx} + ce^{-dx}) \text{ . Platí vztahy : } \\ AUC = a/b + c/d, AUMC = a/b^2 + c/d^2, MRT = (ad^2 + cb^2) / (bd(ad + bc)).$$

2) Funkce,pro které existují oba integrály jen v mezích reálných  $(S,H) \in R$  :

21) Regrese lineární složená :  $C = \sum (k_i x + q_i)$  ,  $(xC) = \sum (k_i x^2 + q_i x)$  ,

22) Metoda trapezoidů :  $A_i = (1/2)(c_j + c_i)(x_j + x_i)$  ,  $B_i = (1/2)(x_j c_j + x_i c_i)(x_j - x_i)$  ,  $c = C(x)$  .

23)  $\frac{C}{ae^{-bx}} \quad \frac{xC}{axe^{-bx}} \quad \frac{C}{axe^{-bx}} \quad \frac{xC}{ax^2 e^{-bx}} \quad \frac{C}{(ax+b)^n} \quad \frac{xC}{x(ax+b)^n}$   
 $\frac{C}{ax^b + c} \quad \frac{xC}{ax^{b+1} + cx} \quad \ln(x) \quad x \cdot \ln(x) \quad \frac{C}{a+b(x+c)^3} \quad \frac{xC}{ax+bx(x+c)^3}$   
 $\frac{C}{a-(bx+c)^{1/2}} \quad \frac{xC}{ax-x(bx+c)^{1/2}}$

3) Typy funkcí vhodných pro regresní analýzu :

$C = a - be^{cx}$	$C = k/x$	$C = a + b \cdot \sin(cx+d)$	$C = a + bx \cdot \cos(cx+d)$
$C = ax^b e^{cx}$	$C = (ax+b)/(x+c)$	$C = a + b \cdot \cos(cx+d)$	$C = k - ax^b \cdot \ln(x)$
$C = e^{bx} e^{ax}$	$C = a \cdot \ln(bx)$	$C = a + (bx+h) \sin(cx+d)$	$C = k - (1/b)(a+x^m) \ln(x)$
$C = ae^{bx+cx^2}$	$C = a - b \cdot \ln(x)$	$C = a + b \cdot \cotg(x+d)$	$C = a^{10} b^x (\text{Argcotgh}(x))^c$

Pro matematické hodnocení biometrických vztahů v kinetice je užíván ještě software dalších tématických okruhů,programy jsou zpracovávány computerem PMD-2 a ukládány v kazetách MG.

Jestliže jest při studiu koncentračních křivek použito předpokladu ,kdy určení AUC a AUMC lze omezit na reálný interval (S,H),může být řešena též otázka,pro která  $(x_0)$  je  $C(x_0)=0$ . V části II. tohoto textu uvádím poznámky k řešení algebraických rovnic stupně  $(n) \in N$  , jak odpovídá této pomocné úloze z kinetiky ,která byla zařazena též v některých přednáškách účastníků meetingu v Liblicích.

II.(ASAE):(ARAR) Algebraické řešení algebraických rovnic,(metoda reformace, (Fallax)).

LIT.:ZAK:Základy algebry,V.Kořínek,NČSAV,Praha 1956,PUM:Přehled užité matem.,K.Rektorys  
 AAB:Algebra a teor.aritmetika,J.Blažek,SPN,P85,PMI:Prehľad M pre techn.,L.Bronštejn  
 POZN.:V textu je uvedeno 6 částí dělených na témata a kapitoly.Platnost jednotlivých značených vztahů lze odvozovat a důkazy jsou uloženy v mém archivu.Zde publikovaný text jest pouze přehledem relací a jejich souvislostí v uvažované metodě použitých.

$$f_m(\tau + \delta) = (\tau + \delta)^m + a(\tau + \delta)^{m-1} + b(\tau + \delta)^{m-2} + \dots + u(\tau + \delta)^2 + v(\tau + \delta) + z = 0.$$

$$\binom{m}{m} \tau^m \delta^0 + \binom{m}{m-1} \tau^{m-1} \delta^1 + \binom{m}{m-2} \tau^{m-2} \delta^2 + \dots + \binom{m}{2} \tau^2 \delta^{m-2} + \binom{m}{1} \tau^1 \delta^{m-1} + \binom{m}{0} \tau^0 \delta^m +$$

$$+ a(\binom{m-1}{m-1} \tau^{m-1} \delta^0 + \binom{m-1}{m-2} \tau^{m-2} \delta^1 + \dots + \binom{m-1}{2} \tau^2 \delta^{m-3} + \binom{m-1}{1} \tau^1 \delta^{m-2} + \binom{m-1}{0} \tau^0 \delta^{m-1}) +$$

$$+ b(\binom{m-2}{m-2} \tau^{m-2} \delta^0 + \binom{m-2}{m-3} \tau^{m-3} \delta^1 + \dots + \binom{m-2}{2} \tau^2 \delta^{m-4} + \binom{m-2}{1} \tau^1 \delta^{m-3} + \binom{m-2}{0} \tau^0 \delta^{m-2}) +$$

$$+ \dots +$$

$$+ u(\binom{2}{2} \tau^2 \delta^0 + \binom{2}{1} \tau^1 \delta^1 + \binom{2}{0} \tau^0 \delta^2) + v(\binom{1}{1} \tau^1 + \binom{1}{0} \delta^1) + \binom{0}{0} z^1 = 0.$$

Zjednodušeným zápisem :

$$\binom{m}{m-1} \tau^{m-1} \delta + \binom{m}{m-2} \tau^{m-2} \delta^2 + \dots + \binom{m}{2} \tau^2 \delta^{m-2} + m \tau \delta^{m-1} + \delta^m +$$

$$+ a(\binom{m-1}{m-2} \tau^{m-2} \delta + a \binom{m-1}{m-3} \tau^{m-3} \delta^2 + \dots + a \binom{m-1}{2} \tau^2 \delta^{m-3} + a(m-1) \tau \delta^{m-2} + a \delta^{m-1} +$$

$$+ b(\binom{m-2}{m-3} \tau^{m-3} \delta + b \binom{m-2}{m-4} \tau^{m-4} \delta^2 + \dots + b \binom{m-2}{2} \tau^2 \delta^{m-4} + b(m-2) \tau \delta^{m-3} + b \delta^{m-2} +$$

$$+ \dots +$$

$$+ 3t \tau^2 \delta + 3t \tau \delta^2 + t \delta^3 + 2u \tau \delta + u \delta^2 + v \delta = -\tau^m - a \tau^{m-1} - b \tau^{m-2} - \dots - t \tau^3 - u \tau^2 - v \tau - z.$$

Podle  $f_m(\tau) = 0$  je  $\tau^m + a \tau^{m-1} + b \tau^{m-2} + \dots + t \tau^3 + u \tau^2 + v \tau + z = 0$ ,

jak bude dále použito. Reformovaná rovnice nabývá rozkladem tvaru  $\delta \cdot f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$

a může být tedy splněn vztah ( $\delta = 0$ ) nebo ( $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$ ). Pro  $f_{\delta, m-1}(\delta)$  je

$$\delta^{m-1} + (\binom{m}{1} \tau + a) \delta^{m-2} + (\binom{m}{2} \tau^2 + a \binom{m-1}{1} \tau + b) \delta^{m-3} +$$

$$+ (\binom{m}{3} \tau^3 + a \binom{m-1}{2} \tau^2 + b \binom{m-2}{1} \tau + c) \delta^{m-4} + \dots +$$

$$+ (\binom{m}{m-2} \tau^{m-2} + a \binom{m-1}{m-3} \tau^{m-3} + b \binom{m-2}{m-4} \tau^{m-4} + \dots + \binom{4}{2} s \tau^2 + \binom{3}{1} t \tau + \binom{2}{0} u) \delta +$$

$$+ \binom{m}{m-1} \tau^{m-1} + a \binom{m-1}{m-2} \tau^{m-2} + b \binom{m-2}{m-3} \tau^{m-3} + \dots + \binom{3}{2} t \tau^2 + \binom{2}{1} u \tau + \binom{1}{0} v = 0.$$

**203. Označení reformované rovnice  $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$  k algebraické rovnici  $f_m(x) = 0$ .**

Volba označení koeficientů  $G_m$ :

$$G_2 = \binom{m}{1} \tau + a_{m-1}$$

$$G_3 = \binom{m}{2} \tau^2 + a_{m-1} \binom{m-1}{1} \tau + a_{m-2} \dots,$$

$$G_m = \binom{m}{m-1} \tau^{m-1} + a_{m-1} \binom{m-1}{m-2} \tau^{m-2} + \dots + a_2 \binom{2}{1} \tau + a_1 \binom{1}{0}.$$

Konstrukce libovolného koeficientu členu s proměnnou ( $\delta$ ) v mocnině ( $m-k$ ) nastává

podle vztahu :  $a_{m-k} \binom{m-k}{m-k-1} \tau^{m-k-1}$ , pro  $(0 \leq k \leq m-1) \in \mathbb{N}$ .

Poznámka: Součet stupňů proměnné ( $\delta$ ) a jejího koeficientu nejvyššího ve členu, obsahujícím tuto proměnnou ( $\delta$ ) je stálý, rovný  $(m-1)$ . Tento člen má tvar  $g_{\tau, j} \cdot \delta^{m-1-j}$ , tedy koeficient je algebraická funkce  $g_{\tau, j}(\tau)$ , platí  $j+m-1-j=m-1$ . Násobky  $p_j$  jsou jisté binomické koeficienty z Pascalova trojúhelníka. Při označení  $G_m$  a vzhledem ke vztahům

**AR1. DEFINICE ALGEBRAICKÉ ROVNICE STUPNĚ (m) Z MNOŽINY (N) ČÍSEL PŘIROZENÝCH V TĚLESE (K)**

**ZD1.** Těleso  $T(x)$  je označeno  $R(x)$ , kde  $R$  je množina všech reálných čísel, nadtěleso  $T'(x)$  tělesa  $T(x)$  je označeno  $K(x)$ , kde  $K$  je množina všech komplexních čísel. (ve smyslu AAB, 94).

**ZD2.** Algebraická forma  $AF = (a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 = 0)$  se nazývá algebraická rovnice stupně  $(m)$ , kde  $(a_m, x) \in K$ ,  $m \in N$ . Označení:  $f_m(x) = 0$  nebo  $f_m = 0$ ,  $F = ((a_m x^m) = 0, (a, x) K)$ . Algebraická forma  $AN = (x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + \dots + wx + z = 0)$  se nazývá rovnice normovaná k  $(AF)$ . Každé číslo  $(x)$  z množiny  $(K)$ , pro které platí vztah  $f(x) = 0$  se nazývá kořen rovnice  $(AF)$ .

**ZV1.** Libovolná dvě čísla  $(x, y) \in K$  lze vyjádřit užitím tří čísel  $(n, r, \tau) \in K$  podle vztahů, obsahujících parametr  $(n)$  volitelný:  $(x = n + r + \tau, y = n + r - \tau)$ .

**ZV2.** Libovolná tři čísla  $(n, x, y) \in K$  lze vyjádřit užitím tří čísel  $(n, r, \tau) \in K$  podle vztahů:  $(n = n, x = n + r + \tau, y = n + r - \tau)$ . Důkaz volbou parametru  $(n)$  podle ZV1.

**ZV3.** Každé dvě množiny  $A, B$  komplexních čísel  $a_m, b_m$ , z nichž  $A$  má sudý počet  $(m-1)$  prvků,  $B$  má  $(m)$  prvků, lze vyjádřit užitím komplexních čísel  $(n, r_k, \tau_k)$ , jejichž počet je  $(m)$ , podle vztahů:  $A = (a_1, a_2, \dots, a_{m-1})$ ,  $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ , existuje množina lineárních funkcí  $a_i = (f(n, r_k, \dots, r_{k+t}, \tau_k, \dots, \tau_{k+t}))$ ,  $b_i = (g(n, r_k, \dots, r_{k+t}, \tau_k, \dots, \tau_{k+t}))$  a platí:  $A_{m-1} = (n+r_0+\tau_0, n+r_0-\tau_0, n+r_2+\tau_2, n+r_2-\tau_2, \dots, n+r_{m-3}+\tau_{m-3}, n+r_{m-3}-\tau_{m-3})$   
 $B_m = (n, n+r_1+\tau_1, n+r_1-\tau_1, n+r_3+\tau_3, n+r_3-\tau_3, \dots, n+r_{m-2}+\tau_{m-2}, n+r_{m-2}-\tau_{m-2})$

**ZV4.** Všechny kořeny libovolné dvojice algebraických rovnic  $f_{m-1}(x) = 0$ ,  $f_m(x) = 0$  pro liché přirozené číslo  $(m)$  lze vyjádřit schematem ZV3. (ozn:  $r \in R, k \in K$ ). Předpoklady důkazu: podle věty ZAK 41,1,2/L/ mohou mít kořeny tvar:  $(m$  liché- $rkk-rrr-rrrkk-rrrrkk-----$ ,  $m-1$  sudé- $rr-rrkk-rrrr-rrrrkk---$ ). Lze vybrat vhodné dvojice pro  $m-1, 2$  druhy trojic pro  $m$ .

**ZV5.** Modelace věty ZV4 pro  $f_{0,1,2,3,4,5,6,7}(x) = 0$ :

- $f_0) ax^0 + b = 0$ , (AN)  $x^0 + a = 0$ ,
- $f_1) ax + b = 0$ , (AN)  $x^1 + ax^0 + b = 0$ ,
- $f_2) x^2 + ax + b = 0$ ,  $x (n+r_0+\tau_0, n+r_0-\tau_0)$ ,
- $f_3) x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ ,  $x (n, n+r_1+\tau_1, n+r_1-\tau_1)$ ,
- $f_4) x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ,  $x (n+r_0+\tau_0, n+r_0-\tau_0, n+r_2+\tau_2, n+r_2-\tau_2)$ ,
- $f_5) x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ ,  $x (n, n+r_1+\tau_1, n+r_1-\tau_1, n+r_3+\tau_3, n+r_3-\tau_3), \dots, f_m$ .

**ZV6.** Má-li rovnice  $f_m(x) = ax^m + bx^k + c = 0$  kořen  $x_0$ , pak dosazením  $x_0^k = d$  do  $f_m(x) = 0$  je rovnice  $f_m(x) = 0$  převedena na tvar  $h_m(x) = ax^m + bd + c = 0$  a má též kořen  $x_0 = d^{1/k}$ . Také  $x_0 = ((-bd-c)/a)^{1/m}$

**ZV7.** Kořeny  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$  rovnice  $f_m(x) = 0$  mohou být označeny užitím polynomů:  
 $x_1 = n_1, x_2 = n_1 + r_3 + \tau_3, x_4 = n_1 + r_5 + \tau_5, x_6 = n_1 + r_7 + \tau_7, \dots$   
 $x_3 = n_1 + r_3 - \tau_3, x_5 = n_1 + r_5 - \tau_5, x_7 = n_1 + r_7 - \tau_7, \dots$

**ZV8.** Dána je algebraická rovnice  $m$ -tého stupně v tělese  $R$ , ve tvaru normovaném dle ZD1:  $f_m(x) = (x^m + a_{m-1}x^{m-1} + a_{m-2}x^{m-2} + \dots + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0 = 0)$ ,  $(m_j \in N, a_j \in R)$ :

Ke každé rovnici  $f_m(x) = 0$  existuje v tělese  $K$  aspoň jedna rovnice  $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$ , která se nazývá rovnice reformovaná k rovnici  $f_m = 0$  a má následující tvar:

$$f_{\delta, m-1}(\delta) = \binom{m}{0} \tau^0 \delta^{m-1} + \binom{m}{1} \tau^1 + \binom{m-1}{0} a_{m-1} \delta^{m-2} + \binom{m}{2} \tau^2 + \binom{m-1}{1} a_{m-1} \tau^1 + \binom{m-2}{0} a_{m-2} \delta^{m-3} + \dots + \binom{m-1}{m-1} \tau^{m-1} + \binom{m-1}{m-2} a_{m-1} \tau^{m-2} + \dots + \binom{3}{2} a_3 \tau^2 + \binom{2}{1} a_2 \tau^1 + \binom{1}{0} a_1 = 0$$

Předpokladem jest existence kořenů  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  rovnice  $f_m(x) = 0$  podle věty ZAK 41,1,2, /L/ a označení libovolných dvou kořenů:  $(x_i = \pi, x_j = \tau)$ , pak platí:  $f_m(\pi) = 0, f_m(\tau) = 0$ , při označení  $(\pi - \tau = \delta, \pi = \tau + \delta)$  dále platí  $f_m(\pi) = f_m(\tau + \delta)$ , je splněn vztah  $f_m(\tau + \delta) = 0$ . Zjednodušením  $(a_{m-1} = a, a_{m-2} = b, \dots, a_2 = u, a_1 = v, a_0 = z)$  lze psát:  $f_m(x) = x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + \dots + ux^2 + vx + z$ . Platí  $f_m(\tau) = 0$ , takže vychází tvar:

$\tau^m + a\tau^{m-1} + b\tau^{m-2} + \dots + u\tau^2 + v\tau + z = 0$ , také  $-\tau^m - a\tau^{m-1} - \dots - u\tau^2 - v\tau - z = 0$ , rovnice reformovaná nabývá tvaru:  $f_{\delta, m-1}(\delta) = \delta^m + G_2\delta^{m-1} + \dots + G_{m-2}\delta^2 + G_{m-1}\delta = 0$ .

Po rozkladu na součin může být splněno; ( $\delta = 0$  nebo  $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$ ). Tvary koeficientů:  $G_m = \binom{m}{m-1}\tau^{m-1} + a_{m-1}\binom{m-1}{m-2}\tau^{m-2} + \dots + a_2\binom{2}{1}\tau + a_1\binom{1}{0}$ . Značení definice ( $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$ ): ZD3.

**Algebraická rovnice  $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$  má stupeň  $(m-1)$  a pro její řešení platí vztahy, odvozené pro řešení algebraických rovnic stupňů  $(n < m)$ .**

**ZV9.** Všechny kořeny ( $x_m \in K$ ) dané algebraické rovnice  $f_m(x) = 0$  lze zapsat ve tvaru těchto polynomů:  $f_0: (n+r)$ ,  $f_1: (n+r)$ ,  $f_2: (-, n+r+\gamma, n+r-\gamma)$ ,  $f_3: (n, n+r+\gamma, n+r-\gamma)$ ,  $f_4: (-, , n+s+\beta, n+s-\beta)$ ,  $f_5: (n, , n+s+\beta, n+s-\beta), \dots, f_n$ .

**ZV10.** Jestliže  $x_0 \in K$  je kořenem algebraické rovnice  $f_n = 0$  a zároveň  $f_m = 0$  a jestliže je  $f_n = f_m + f_k$ , pak  $x_0$  je též kořenem rovnice  $f_k = 0$ .

**ZV11.** Pro vyjádření reformovaných rovnic  $f_{\delta, m-1}(\delta) = 0$  užitím funkce  $t_m$  ve tvaru:

$$\delta_1 = t_1(\tau, a_0, a_1, \dots, a_{m-1}), \dots, \delta_{m-1} = t_{m-1}(\tau, a_0, a_1, \dots, a_{m-1})$$

existují skupiny rozdílů  $W_i = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{m-1})$  takové, že každá skupina obsahuje všechny různé rozdíly ( $x_i - \tau = \delta_i$ ), kde  $(\tau, x_i)$  jsou dva libovolné kořeny  $f_m(x) = 0$ , kořen  $\tau = x_j$ .

Počet těchto skupin je  $(m-1)!$ . Číslo skupiny:  $(N)$ . Množina rozdílů:  $M_d$ .

**ZD4.** Množina  $W_i = (\delta_1 = x_1 - x_1, \delta_2 = x_2 - x_1, \dots, \delta_m = x_m - x_1)$  se nazývá pravá skupina pro  $(i=1)$ .

**ZD5.** Je-li v definici ZD3  $(\delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{i, i-1})$  libovolná permutace prvků  $(\delta_2, \delta_3, \delta_m)$ , pak množina  $W_i = (\delta_1, \delta_{i1}, \delta_{i2}, \delta_{i, i-1})$  se nazývá sdružená skupina příslušná  $(i=1)$ .

## AR2: ŘEŠENÍ ALGEBRAICKÝCH ROVNIC $f_0(x) = 0$ a $f_1(x) = 0$ .

**01E1.** Skladba kořenů pro algebraické rovnice  $f_0(x) = (x^0 + a = 0)$ ,  $f_1(x) = (x^1 + a = 0)$  v tělese  $K$ , ( $a \in R$ ) dána tabulkou 01T:  $n, r$ ,  $f_0: n+r, f_1: n+r$ , číslo  $N$ , další předpokládaný kořen

$\bar{n} = \bar{r} = 0$	0	1	$\bar{x}$
$n=0, r \neq 0$	$r$	2	$x$
$n \neq r \neq 0$	$n+r$	5	$x$

**0E1.** Řešení  $f_0(x) = x^0 + a = 0$ . Při označení kořenů  $(\pi, \tau)$  platí:  $f_0(\pi) = 0$ ,  $f_0(\tau) = 0$ , rozdíl  $(\pi - \tau = \delta)$ , tedy  $(\tau + \delta = \pi)$ . Platí  $f_0(\pi) = f_0(\tau + \delta)$ ,  $f_0(\tau + \delta) = 0$ ,  $f_0(\tau + \delta) = (\tau + \delta)^0 + a = 0$ , podle vztahu  $(x^0 = 1)$  jest  $1 + a = 0$ ,  $a = -1$ , proto řešením ( $f_0 = 0$ ) je **VZ:  $(\forall(x \in R), x \neq 0): (R00, 1)$ .**

1. Řešení užitím  $(M_d)$ : předpoklad  $(\pi = x, \tau = 0)$ ,  $M_d \ni \delta_{i,j} = (x, -x)$ . Platí:  $S0: (\pi^0 = -a)$ .

1.0.a.: a1: Je-li  $a \neq -1$ , pak pro  $\pi \neq 0$ ,  $\pi^0 = 1$  by platilo dosazením do  $S0: (1 \neq -(-1)), (1 \neq 1)$ ,

sporem tedy neexistuje  $(\pi)$ , zápis řešení: **VZ:  $((\emptyset), a \neq -1): (R00, 2)$**

a2: Je-li  $(a = -1)$ , pak  $(1 = -(-1))$ , platí  $(S0)$ , **VZ(sh)  $(R00, 1)$**

0.A.1. Výběr skupin.  $(\delta_i = x): (x = x - \tau)$ , pak  $(\tau = 0), (\pi - 0 = \delta), (\pi = \delta), (\pi = x): sh(R00, 2) \dots$

**1E1.** Řešení  $f_1(x) = x^1 + a = 0$ . Dáno  $(a \in R, m=1)$ . Předpokládané dva kořeny  $(\pi, \tau)$ , platí:  $f_1(\pi) = 0$ ,  $f_1(\tau) = 0$ ,  $\pi - \tau = \delta$ ,  $\pi = \tau + \delta$ , pak je  $f_1(\pi) = f_1(\tau + \delta)$ ,  $f_1(\tau + \delta) = 0$ , dosazením je  $f_1(\tau) = 0$ ,  $(x = \tau)$ . Sestavení  $f_1(\tau + \delta) = 0$ ,  $f_1(\tau + \delta) = \tau + \delta + a = 0$ , tedy platí  $(\delta = -\tau - a)$ , pro kořen  $(\tau)$  je  $f_1(\tau) = \tau + a = 0$ , úpravou  $(-\tau - a = 0)$ . Reformovaná rovnice má tvar:

$f_{\delta, 0}(\delta) = (\delta + \tau + a = 0)$ , pak  $(\delta = -\tau - a)$ , platí  $(\delta + 0 = 0)$ , řešení triviální  $(\delta = 0)$ .

**1D1.** Pro vztah kořenů a koeficientů rovnice  $(f_1)$  je užito dvou znaků:  $S1$  pro  $(\pi)$ ,  $T1$  pro  $(\tau)$ . Tvary kořenů rovnice reformované:  $(\delta_i = 0, \delta_j = -\tau - a)$ . Vztah  $S1: (\pi = \tau = -a)$

**1E2.** Skladba kořenů. Dvojice  $(\delta): A1(ii), A2(ij), B1(jj), B2(ji)$  pro výběr skupin.

1.  $(\pi = x, \tau = 0)$ ,  $M_d \ni \delta_{i,j} = (x, -x)$ .

1.0.a. Vztahy  $S1: (\pi = -a)$ ,  $T1: (\tau = -a)$

a1: Dosazením  $(x = \pi)$  je  $(x = -a)$  dle  $S1$ ,

**VZ:  $(-a): (R01, 1)$**

a2: Dosazením  $(\tau = 0)$  je  $(0 = -a)$  dle  $T1$ , tedy  $(a = 0), (\tau = 0):$

**VZ:  $(0, a = 0): (R01, 2)$**

1.A.1. Výběr skupin.  $(\delta_i = x, \delta_j = x): I.(x=0), II.(x = -\tau - a): R1: (x + a = -\tau), VZsh(R01, 1, 2)$ .

**POZN.:** Řešení rovnic  $f_{0,1}$  je uvedeno jen pro naznačení stavby metody a řazení zápisů.

AR3.ŘEŠENÍ ALGEBRAICKÝCH ROVNIC  $f_2(x)=0$  a  $f_3(x)=0$ .

23E1.Skladba kořenů pro algebraické rovnice  $f_2(x)=(x^2+ax+b=0)$ ,  $f_3(x)=(x^3+ax^2+bx+c=0)$ .

23T:	$n, r,$	skupina N	$n, n+r+r, n+r-r,$	skupina N	$n, n+r+r, n+r-r$
		$f_2, f_3$	$x_n, R(\text{reálné})$	$f_2, f_3$	$x_n, S(\text{smíšené})$
$n=r=r=0$	-	0	0	0	0
$n=r=0,$	10,	0	$r$	$-r$	6, 0
$n=r=0, r$	-	0	$r$	$r$	0
$r=r=0, n$	1,	$n$	$n$	$n$	$n$
$n=0, r=r$	-	0	$2r$	0	0
$r=r, n$	-	8	$n$	$n+2r$	$n$
$n \neq r \neq r \neq 0$	9,16,17,	9	$n$	$n+r+r, n+r-r$	7, 6

2E1.Řešení algebraické rovnice  $f_2(x) = (x^2 + ax + b = 0)$ , dáno  $(a,b) \in R$ ,  $(m=2)$ . Platí  $f_2(\pi)=0$ ,  $f_2(\tau)=0$ ,  $\pi = \tau + \delta$ ,  $f_2(\tau + \delta)=0$ ,  $f_2(\tau + \delta) = (\tau + \delta)^2 + a(\tau + \delta) + b = 0$ , úpravou je  $(\delta^2 + (2\tau + a)\delta = -\tau^2 - a\tau - b)$ . Podle předpokladů je  $f_2(\tau) = \tau^2 + a\tau + b = 0$ , tedy  $-\tau^2 - a\tau - b = 0$ , lze odvodit tvar  $\delta \cdot f_{\delta,1}(\delta) = \delta(\delta + 2\tau + a) = 0$ , tedy  $(\delta=0)$  nebo  $(\delta = -2\tau - a)$ .

2D1.Pro sestavování permutací  $(\delta_i, \delta_j)$  je použito značení:  
 A.1.  $(\delta_i = \pi - \tau, \delta_i = \pi - \tau)$ , A.2.  $(\delta_i = \pi - \tau, \delta_j = \tau - \pi)$ , B.1.  $(\delta_j = \tau - \pi, \delta_j = \tau - \pi)$ , B.2.  $\delta_j = \tau - \pi, \delta_i = \pi - \tau$ .

2D2.Pro vztah kořenů a koeficientů rovnice  $(f_2)$  platí podle věty ZAK,43,6, str.394 :  
 S1:  $(\pi + \tau = -a)$ , S2:  $(\pi\tau = b)$ .

2E2.Skladba kořenů.  
 1R:  $(\pi = n, \tau = n)$ ,  $M_d = (\delta_{i,j}) \ni (0)$ .  
 1.0.1: Dle S1 :  $n + n = -a$ , tedy  $(n = -a/2)$ , diskriminant  $H_{21,1} = -a/2, VZ: (-a/2, -a/2): (R02, 1)$ .  
 1.0.2: Dle S2 :  $n \cdot n = b \Rightarrow n^2 = b \Rightarrow n = \pm(b)^{1/2}$ ,  $H_{21,2} = b$ ,  $VZ: (\pm b^{1/2}, \pm b^{1/2}): (R02, 2.3)$ .

POZN:V této části (AR3) jsou odvozeny ještě vztahy VZ:(R02,4 až 31).Pokračování AR3:  
 2E3.Výběr skupin.(Řešení pro skupinu v tabulce 23T označenou ve sloupci  $f_2$  číslem 1.)  
 1A.1.  $(\delta_i = 0, \delta_j = 0)$ :Sestavy:I.(0=0),II.(0=-2\tau-a),pak  $(\tau = -a/2): (shR01, 1)$ ,dále 1A.2,1B.1.2.  
 1.R.P.Pravé skupiny ke skupině (1): ozn.:(1.0A) : řešení shodné s R01,1.

9R:  $(\pi = n+r+r, \tau = n+r-r)$ ,  $M_d = (\delta_i, \delta_j) = (2r, -2r)$ .  
 9.0. :Dle S1:  $(2n+2r = -a) \Rightarrow (n+r = -a/2)$ , dle S2:  $(n+r+r)(n+r-r) = b$ , úpravou a dosazením dle S1 vychází  $r = \pm(a^2/4 - b)^{1/2}$ , označení  $H_{22,8} = a^2/4 - b = H_8$ ,  $H_{22,9} = \pm H_8^{1/2} = H_9$ .  
 (Vztah platí obecně pro  $(a,b)$ ) :  $VZ: (-a/2 + H_9, -a/2 - H_9): (R02, 32.33)$   
 Dále je též připojen výběr skupin (9A.1),(9A.?) a pravé skupiny (9.R.P.),dále K.1,K.7.

3E1.Řešení algebraické rovnice  $f_3(x)=(x^3+ax^2+bx+c=0)$ ,postup analogický k 2E1.

45E1.Skladba kořenů pro algebraické rovnice  $(f_4=0, f_5=0)$  v tělese K dána tabulkou(45T)  
 $f_4(x)=(x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0)$ ,  $f_5(x)=(x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0)$ ,  $(a,b,c,d,e) \in K$ .

45T:	$n, r, s,$	$\beta$	N	$n, n+r+r, n+r-r, n+s+\beta, n+s-\beta$	$n, N, \dots, N, n+r+r, n+r-r, n+s+\beta, n+s-\beta$
			$f_{45} R(\text{reálné})$		$S(\text{smíš}). K(\text{komplexní})$
$n=r=s=\beta=0$	-	0	0	0	0
$r=r=s=\beta=0, n$	1	$n$	$n$	$n$	$n$
$r=r=s=0, n \neq \beta$	-	$n$	$n$	$n+\beta, n-\beta$	$n, 6, \dots, n, n+\beta, n-\beta$
$r=r \neq 0, n=s$	32	$n+2r$	$n$	$2n+r, 2n-r$	$n, 94, \dots, 42n+r, 42n-r$
$n \neq r \neq s \neq \beta \neq 0$	85	$n+r+r, n+r-r$	$n+s+\beta, n+s-\beta$	$n, 123, \dots, 66n+r+r, 66n+r-r$	$n+s+\beta, n+s-\beta$

Tabulka (45T) pro skladbu kořenů rovnic  $(f_4$  a  $f_5)$  obsahuje následující počet skupin :  
 R=85 pro reálné kořeny , S=123 pro smíšené kořeny , K=66 pro komplexní kořeny .

4E1.Řešení algebraické rovnice  $f_4(x)=(x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0)$ ,postup analogický k 2E1.

POZN.: 3E1 je řešena,zápis archivován,4E1 řešena jen pro některé jednoduché skupiny .

5E1. Řešení algebraické rovnice  $f_5(X) = (x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0), (a, b, c, d, e) \in K$ . Kořeny rovnice  $f_5$  jsou značeny  $(x_1 = \pi, x_2 = \tau, x_3 = \chi, x_4 = \varphi, x_5 = \omega)$ . Platí  $f_5(\pi) = 0, f_5(\tau) = 0, \pi - \tau = \delta, \pi = \tau + \delta, f_5(\pi) = f_5(\tau + \delta)$ . Komparací je  $f_5(\tau + \delta) = 0$ . Dosazením  $\pi = x$  lze sestavit  $f_5(\tau + \delta) = (\tau + \delta)^5 + a(\tau + \delta)^4 + b(\tau + \delta)^3 + c(\tau + \delta)^2 + d(\tau + \delta) + e = 0$ . Úpravou jest :  
 $\tau^5 + 5\tau^4\delta + 10\tau^3\delta^2 + 10\tau^2\delta^3 + 5\tau\delta^4 + \delta^5 + a\tau^4 + 4a\tau^3\delta + 6a\tau^2\delta^2 + 4a\tau\delta^3 + a\delta^4 + b\tau^3 + 3b\tau^2\delta + 3b\tau\delta^2 + b\delta^3 + c\tau^2 + 2c\tau\delta + c\delta^2 + d\tau + d\delta + e = 0,$

podle  $f_5(\tau)$  platí  $-\tau^5 - a\tau^4 - b\tau^3 - c\tau^2 - d\tau - e = 0$ . Užitím tohoto vztahu a rozkladu  $\delta \cdot f_{\delta,4}(\delta)$  je  $\delta(\delta^4 + (5\tau + a)\delta^3 + (10\tau^2 + 4a\tau + b)\delta^2 + (10\tau^3 + 6a\tau^2 + 3b\tau + c)\delta + 5\tau^4 + 4a\tau^3 + 3b\tau^2 + 2c\tau + d) = 0$ . Rozbor : platnost vztahu  $(\delta = 0)$  nebo  $(f_{\delta,4}(\delta) = 0)$ . Pro  $(a, b, c, d, e) \in R$  je řešení  $(f_{\delta,4} = 0), m = 4$  v  $K$ .

5D1. Vztahy, platné pro  $(f_5)$  ve větě ZAK, 43, 6, str. 394 jsou značeny :

- S1.  $(\pi + \tau + \chi + \varphi + \omega = -a)$
- S2.  $(\pi\tau + \pi\chi + \pi\varphi + \pi\omega + \tau\chi + \tau\varphi + \tau\omega + \chi\varphi + \chi\omega + \varphi\omega = b)$
- S3.  $(\pi\tau\chi + \pi\tau\varphi + \pi\tau\omega + \pi\chi\varphi + \pi\chi\omega + \pi\varphi\omega + \tau\chi\varphi + \tau\chi\omega + \tau\varphi\omega + \chi\varphi\omega = -c)$
- S4.  $(\pi\tau\chi\varphi + \pi\tau\chi\omega + \pi\tau\varphi\omega + \pi\chi\varphi\omega + \tau\chi\varphi\omega = d)$
- S5.  $(\pi\tau\chi\varphi\omega = -e)$

5E2. Skladba kořenů. Užití tvarů:  $(\pi = n + r + \rho i, \tau = n + r - \rho i, \chi = n + s + \beta i, \varphi = n + s - \beta i, \omega = n)$ , dle S(12345):

- S11.  $5n + 2(r + s) = -a$
- S21.  $10n^2 + 8n(r + s) + (r + s)^2 + 2rs + \rho^2 + \beta^2 = b$
- S31.  $10n^3 + 12n^2(r + s) + 3n(r^2 + s^2) + 2rs(r + s) + 12nsr + (3n + 2r)\beta^2 + (3n + 2s)\rho^2 = -c$
- S41.  $5n^4 + 8n^3(r + s) + 3n^2(r^2 + s^2 + \rho^2 + \beta^2) + s^2(r^2 + \rho^2) + \beta^2(r^2 + \rho^2) + 4nsr(3n + r + s) + 4n(\rho^2 s + \beta^2 r) = d$
- S51.  $n((n + r)^2 + \rho^2)((n + s)^2 + \beta^2) = -e$

66K. Řešení skupiny čísla (66) z tabulky (45T),  $K$  (komplexní) při označení kořenů dle 5E2.

66.0. Řešení užitím vztahů S(11, 21, 31, 41, 51). Při označení lineárních a kvadratických forem  $(Q)$  a polynomů  $(Nn)$  lze odvodit soustavu rovnic  $S(X, Y, W) = (Q1, Q3, Q4)$ , obsahující také parametry  $(n, a, b, c, d, e) \in K$  a k řešení užít rozborů podle věty ZAK, 13, 1.5, 8, str. 131 pro  $(k=0) \Leftrightarrow ((\text{Re}(k)=0) \wedge (\text{Im}(k)=0))$ . Označování diskriminantů je zvoleno pro řešení v 66.0 symboly  $(M_{566, n}$  nebo  $M_{V66, n}$  nebo  $M_{5V66, n}) = Mm$ , označování vzorců :  $VZ : (V) : (K066, p)$ .

Při shodnosti řešení s předchozím případem  $(K066, q)$  nebo s rozbořem  $(AB)$  je použita zkratka :  $(sh, K066, q)$  nebo  $(sh, AB)$ . Rozbořy  $(AvB)$  mají části : 1.  $(A \wedge B)$ , 2.  $(A)$ , 3.  $(B)$ .

5D2. Označení:  $X = r^2 + s^2, Y = \beta^2 + \rho^2, W = r\beta^2 + s\rho^2, (U = 3nY + 2W), N3 = 25n^2 + 10an + 5a^2 - 10bN4 = -5n^3 + 6an^2 + a^2n + 5bn + 2a^3 - 5ab + 4c, N6 = -4an^4 + 4a^2n^3 - 17bn^3 - 14cn^2 + abn^2 - 10dn - 10e$ . Lze odvodit

- vztahy: Q1.  $10X - 10Y = N3$
- Q2.  $3nY + 2W = U$
- Q3.  $3(a - n)X - (5a + 7n)Y - 8W = N4$
- Q4.  $(5n^3 + an^2)(X + Y) + 8n^2W = N6$

Platí vztah :  $(Q1 \wedge Q2 \wedge Q3) \Rightarrow (f_5(n) = 0)$ . Označování předpokladů vesměs  $(Pd, n)$

QA. Užití :  $(Q1, X, Y, n, r, s, \rho, \beta)$ . Rozbořem je  $(QAR5)$  pro  $(\text{Re})$ ,  $(QAK5)$  pro  $(\text{Im})$ :

- QAR1.  $2\pi^2 + 2\chi^2 - n^2 - 2an - a^2 + 2b - 4n(\pi + \chi) - 4(\beta^2 + \rho^2) = 0$
- QAK1.  $((\pi - n)\rho + (\chi - n)\beta)i = 0$ , dosazením  $(r + s)$  dle S1 a úpravou vychází vztahy :
- QA4.  $(r + \rho i)\rho i + (s + \beta i)\beta i = 0$ ,
- QA5.  $r\rho + s\beta + (\beta^2 + \rho^2)i = 0, (\beta^2 + \rho^2 = (r\rho + s\beta)i)$ . Úpravou vztahu QAR1 platí :
- QAR5.  $2\pi^2 + 2\chi^2 + n^2 - a^2 + 2b = 0$ ,
- QAK5.  $n(\beta + \rho) = -(r\rho + s\beta)$ . Dalšími úpravami je odvozen vztah :
- QA11.  $(\beta + \rho)_{1,2} = (1/2)(-ni \pm (-n^2 + 8B\rho)^{(1/2)})$ . Podle QA5 má rozbor složení:
- QAR6.  $r\rho + s\beta = 0$ , (A)
- QAK6.  $\beta^2 + \rho^2 = 0, (\beta + \rho i)(\beta - \rho i) = 0, (\beta = -\rho i) \vee (\beta = \rho i), (B) \dots (C)$

11(ABC).  $(-\rho i = \rho i, \rho = 0, \beta = 0)$ , dosazením předpokladů řešené skupiny a úpravou je

- $(A4)(B4) : n^2(5n^3 + 3an^2 - a^2n + 4bn + a^3 - 4ab + 8c) = 0$ , rozbořem  $(A4) \vee (B4) :$
- 111.  $(n=0, B4=0), (Pd) : (a(a^2 - 4b) + 8c = 0)$ , podle Q3, S1, dosazením  $n=0, s = -a/2 - r$  jest :
- $3a(r^2 + s^2) = 2a^3 - 5ab + 4c$ , tedy  $(r^2 + ar/2 + a^2/8 - b/2 + 2c/a = 0)$ , řešením  $(r_{1,2})$  v tělese  $R$ :

$$r_{1,2} = (1/4)(-a \pm i(a^2 - 8b + 32c/a)^{1/2}) . M_{566,13} = a^2 - 8b + 32c/a = M25 , M_{566,14} = \pm M25^{1/2} = M26 ,$$

$$M_{566,15} = 0 = M27 = Mn2 , M_{V66,10} = (1/4)(-a + iM26) = M28 , M_{V66,11} = (1/4)(-a - iM26) = M29 ,$$

$$VZ: (M28, M28, M29, M29, M27): (K066, 11)$$

Celková skladba rozboru 11(ABC): (111:(1111:11,12,13) , z nich 11 obsahuje vztahy právě uvedené v (K066,11) , všechny se štěpí dále na vnitřní případy.

12(AB). ( $B = -r i$ ) , dle QAR6 a QA11 jest :  $r\mu - s\mu i = 0$  , rozkladem vzniká možnost :  
 (A5)(B5):  $(r = -si) = 0$  ;  $(\mu = 0)$  v  $(r = -si)$  , rozbořem :

121(A5B5): ( $r = 0, r = si$ ) ,  $s = -ri, Y = 0, X = 0$  , dle QA11 může být ( $n = 0$ ) v ( $n \in K$ ) , tedy:

$$1211: (n = 0) . \text{ Pak } (r - ri = -a/2), r = -a/2(1 - i) = -a/4(1 + i) = M_{566,99} = M164 , s = -ri =$$

$$= -a/4(1 - i) = M_{566,100} = M165 , VZ: (M164, M164, M165, M165, M27): (K066, 43) .$$

1212: ( $n \neq 0$ ) K. Určení ( $n$ ) dle QAR5 nebo vztahy S12345, (zařazen zde jen S2):

Q010:  $rs = (1/8)(15n^2 + 6an - a^2 + 4b)$  a podle S1 a QAR5 lze dospět k rozboru:

$$QAR7. 3an - 6nr + a^2 - b = 0 \quad (D)$$

$$QAK7. r(2r + 3n) = 0 , \text{ tedy } (r = 0) \text{ v } (r = -3n/2) , \quad (E) \quad (F)$$

$$2.1. (DEF): (r = n = 0), a^2 = b, s = 0, (-a^2 + 4b = 0, a^2 - b = 0) \Rightarrow (a = b = 0): VZ: (0, 0, 0, 0, 0): (K066, 23)$$

2.2. (DE): Užitím Q010 a QAR5 lze odvodit vztah (QA31) a užít (Pd): ( $r = s = 0$ )

$$QA31: 15n^2 + 12nr(1 - i) - 3a^2 + 6b = 0 . \text{ Pro } (Pd) \text{ je } 3an = -a^2 + b , n = (-a^2 + b)/3a ,$$

$$2.21. M_{566,44} = -a/3 + b/3a = M84 = Mn8 , \quad VZ: (M84, M84, M84, M84, M84): (K066, 24) .$$

2.22. Podle QA31 je  $n^2 = (a^2 - 2b)/5$  , Užitím (Pd):  $b^2 + 8a^2b/5 - 4a^4/5 = 0$  je  $(2a^2/5, -2a^2)$  množina ( $b_{1,2}$ ): (Pd). Dosazením a určením  $n = (1/3a)(-3a^2/5) = -a/5, M_{566,45} = -a/5 = M85,$

$$M85 = Mn9 , VZ: (-a/5, -a/5, -a/5, -a/5, -a/5): (K066, 25) .$$

2.23. Dle téhož je  $b = -2a^2, -5a = -a, a = 0$  , (sh.0, 23)

2,24. Dle S2 je  $n^2 + 2an/5 - a^2/15 + 4b/15 = 0$  ,  $n = (1/5)(-a \pm 2((2a^2 - 5b)/3)^{1/2})$  , znaky:

$$M_{566,46} = n = M86 = Mn10 ,$$

$$VZ: (M86, M86, M86, M86, M86): (K066, 26) .$$

2.3. (DF) . . Řešení vztahu  $n^2 + an/3 + a^2/9 - b/9 = 0$  .

QB. Užití (Q3, Q4) , úprava na tvar  $N7 = 5n^3 + 12an^2 + 5a^2n - 2bn + 2a^3 - 4ab$  , připojení S2.

$$QBR1.H. (n + 2a)(\pi(\pi - 2n) + \chi(\chi - 2n) + 2n^2 - 2\mu^2 - 2\theta^2) = (1/2)N7 \quad (A)$$

$$QBK1.H. (n + 2a)(\mu\beta + \chi\theta - n\mu - n\theta) = 0 , (n + 2a)(n(\mu + \theta) - (\mu\beta + \chi\theta)) = 0 , \quad (B) \quad (C)$$

Třídění: B1(ABC) , B2(AB) , B3(AC) . V části (B3) jest odvozen předpoklad rozboru:

$$QBR33. 2(r^2 + s^2)(n + 2a) = N7 \quad (Q)$$

$$QBK33. (n + a)(r\mu + 2s\theta) = 0 , \quad (R) \quad (S)$$

Třídění: 31(QRS) , 32(QR) , 33(QS) . V odstavci (QS) dochází k rozboru s řešením

$$(11.26). 15bn^3 + 6abn^2 - a^2bn + 4b^2n = 0$$

$$-(15bn^3 + 45cn^2 + 45dn + 150e = 0) , \text{ úpravou rozdílem :}$$

$$6abn^2 - 45cn^2 - a^2bn + 4b^2n - 45dn - 150e = 0 , \text{ označení :}$$

$$M_{566,867} = (b(a^2 - 4b) + 45d)/(6ab - 45c) = M1440 , M_{566,868} = 50e/(2ab - 15c) = M1441 ,$$

$$M_{566,869} = \pm (M1440^2 + 4.M1441)^{1/2} = M1442 , M_{V66,333} = (M1440 + M1442)/2 = M1443 = Mn110$$

Předpoklad pro (QS) je dle S1 : (Pd): ( $s = 0, r = (1/2)(-a - 5n)$ ) . Určení ( $\pi = n + r$ ):

$$M_{V66,334} = (-a - 3.M1443)/2 = M1444 . VZ: (M1444, M1444, M1443, M1443, M1443): (K066, 551)$$

APLIKACE VZTAHŮ 012345EN V NUMERICKÝCH ÚLOHÁCH. (UKÁZKY POUŽITÍ 3E1, 5E1 A SKLADBY TŘÍD):

3E1. Určení všech kořenů rovnice  $f_3 = (x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0)$ . ( $a = -10, b = 31, c = -30$ ).

V tématu 3E1 jest odvozen vzorec skupiny (6.R) pro kořeny skladby ( $n, 2n + \mu, 2n - \mu$ ):

Diskriminant  $H_{36,32} = 8a^2 - 25b = H32, H_{36,33} = \pm H32^{1/2} = H33, VZ: (-a/5, (-2a + H33)/5, (-2a - H33)/5)$

: (R06, 46.47). Dosazením ( $a, b, c$ ) do (VZ) vychází  $\pi = -(-10)/5 = 2, H32 = 8a^2 - 25b = 800 - 775 = 25,$

$H33 = \pm 5$  . Tedy  $\tau = -2(-10)/5 + 5/5 = 4 + 1 = 5, \chi = 4 - 1 = 3$  . Kořeny ( $X3$ ) = ( $2, 5, 3$ ) , (Pd) odhadem.

**3EN2.** Určení všech kořenů  $f_3=(x^3-8x^2+17x-10=0)$ , Užití skladby kořenů  $(m+Bi, m-Bi, n)$ , rozklad.  $(m+Bi)^3-8(m+Bi)^2+17(m+Bi)-10=0$ , úpravou a rozkladem dle  $(Re), (Im)$  vychází dvě podmínky:

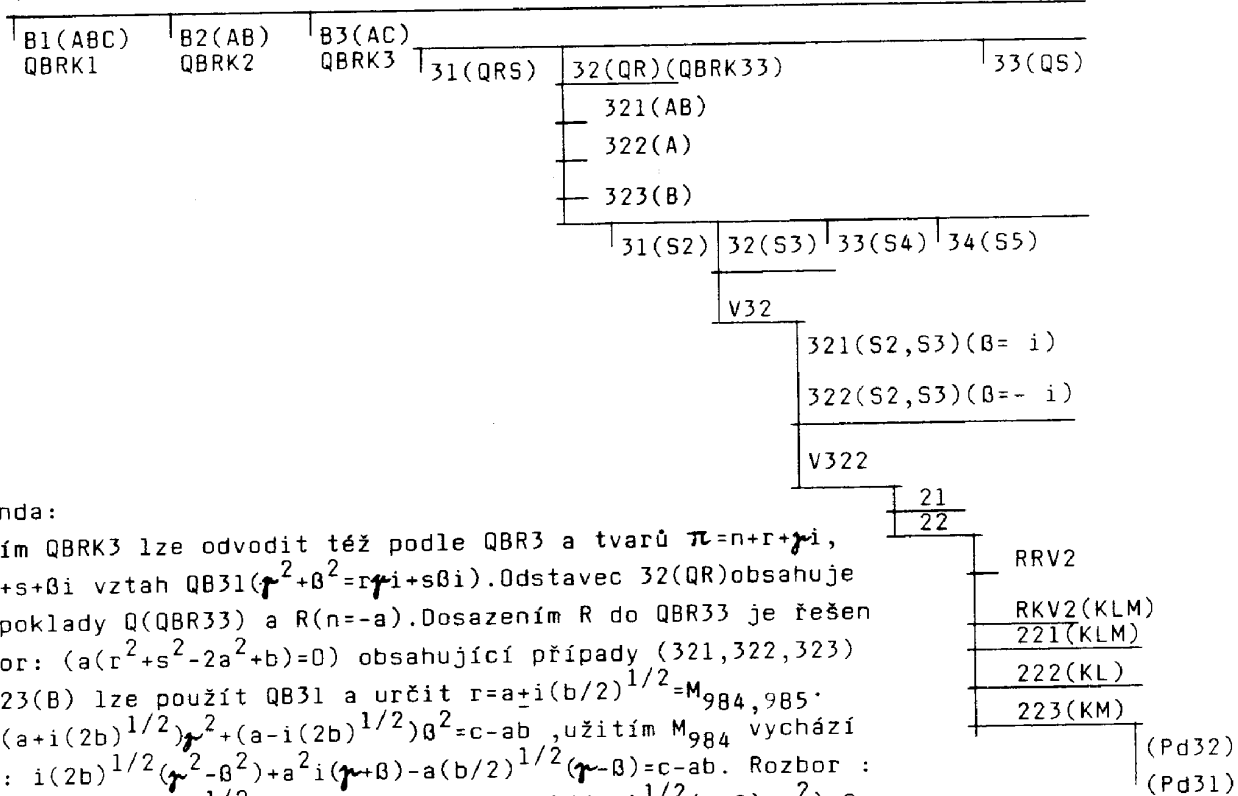
R1.  $m^3-8m^2+17m-10+B^2(8-3m)=0$ , (A)

K1.  $\frac{B(3m^2-16m+17-B^2)}{m^3-8m^2+17m-10}=0$ , (B) (C), třídění případů : 21(ABC), 22(AB), 23(AC) :

21.(ABC).  $(B=0, C, A)$ .  $3m^2-16m+17=0$ , (součin  $(m)$ ),  $3m^3-16m^2+17m=0$   
 $m^3-8m^2+17m-10=0$ , (součin  $(3)$ ), rozdíly:  $\frac{3m^3-24m^2+51m-30}{8m^2-17m+30}=0$

úpravou :  $4m^2-17m+15=0$ , řešení  $(m_{1,2})=(1/8)(17+(289-240)^{1/2})=(1/8)(17+7)=(3,5/4)$ .  
 $B^2=3m^2-16m+17 \Rightarrow (B_{1,2})=\pm 2i$ . Pak je  $x_1=m+Bi=3+2ii=1$ ,  $x_2=3-2ii=5$ . Dle S3:  $x_3=10/1.5=2$ .

**5EN1.** Ukázka třídění rozborů, schema a rozbor předpokladů s odvozením jednotkových (VZk) Část QB má hlavní předpoklady (QBRK1H) a její třídění nastává dle schematu : (AvBvC)



Legenda:

Užitím QBRK3 lze odvodit též podle QBR3 a tvarů  $\pi=n+r+ji$ ,  $\lambda=n+s+Bi$  vztah  $QB31(r^2+B^2=rp+i+sBi)$ . Odstavec 32(QR) obsahuje předpoklady Q(QBR33) a R( $n=-a$ ). Dosazením R do QBR33 je řešení rozbor:  $(a(r^2+s^2-2a^2+b)=0)$  obsahující případy (321, 322, 323) Ve 323(B) lze použít QB31 a určit  $r=a+i(b/2)^{1/2}=M_{984,985}$ .  
V32:  $(a+i(2b)^{1/2})r^2+(a-i(2b)^{1/2})B^2=c-ab$ , užitím  $M_{984}$  vychází V322:  $i(2b)^{1/2}(r^2-B^2)+a^2i(r+B)-a(b/2)^{1/2}(r-B)=c-ab$ . Rozbor : RRV2:  $(r-B)a(b/2)^{1/2}=-c+ab$ , RKV2:  $(r+B)((2b)^{1/2}(r-B)+a^2)=0$ , ve tvaru 223(KM) lze užít Pd31:  $(a^3-2ab+2c=0)$  a dle vztahu  $f_5(n)$  odvodit Pd32 ve formě  $(e=(a/2)(-a^4+2d))$  a upravit QB31 dosazením  $M_{384,385}$  na tvar QP2. Pak do RRV2 je dosazen Pd31, vzniká tvar QP1:  $(r-B)=-(a^4/2b)^{1/2}$ . Dosazením B z QP1 do QP2 vychází pro  $(r^2)$ : GRK:  $r^2+((a^4/2b)^{1/2}-ai)r+a^4/4b-a^2/4-i(a^6/8b)^{1/2}=0$ . Rozbor GRK dle  $(Re), (Im)$  vede ke komparaci tvarů:  $-(a^4/8b)=-(a^4/8b)\pm(1/4-1/8b)$ , tedy  $(a=0)v(2b-1)$ . Pro  $a=0, b=1/2$  je  $(r,s)=\pm(b/2)^{1/2}=\pm i/2 = M1r=\pm i/2, M1s=\mp i/2$ , VZ:  $(M1r, M1r, M1s, M1s, M27): (K066, 394k)$ .

**5EN2.** V pokuse p.o. podání Nifedipinu je v plazmě určována koncentrace látky  $v$  (mg/ml), pak mohou být změřeny hodnoty koncentrace  $C(x)$  této látky v časech  $(x)(h)$  podle tabulky :

$x$	0,01	0,5	1	1,5	(hod. $x=h$ ). Předmětem pokusu je osoba.
$C(x)$	108	96,47	64	22,78	(mg/ml) . Proveden odhad typu křivky koncentrace

$y=C(x)$  a regrese podle typu  $(y=x^5+ax^4+bx^3+cx^2+e)$ . Jest určiti, pro která  $(x)(h)$  lze očekávat koncentraci  $C(x)=0$ , zanedbatelně malou. Označení pro výpočty :  $y=f(x)=C(x)$ .  
Řešení: Dosazením  $x$  D(x) do  $f(x)=x^5+ax^4+bx^3+cx^2+e$  a úpravou je určena soustava rovnic lineárních S(4)(a,b,c,e) ve tvaru: S41( $e=108$ ), S42( $2a+4b+8c=-369,96$ ), S43( $a+b+c=-45$ ), S44( $162a+108b+72c=-2970,04$ ). Řešením S(4) je množina  $(a=5,02, b=-5,04, c=-44,98, e=108) \in R$ .  
Sestavena algebraická rovnice  $(y=x^5+5x^4-5x^3-45x^2+108=0)$  po zaokrouhlení a dle vzorce VZ: (K066, 551) platí:  $M1440=-5(25+20)/(-150+45^2)=-3/25$ ,  $M1441=50.108/(-50+675)=216/25$ ,  $M1442=(9/625+864/25)^{1/2}=\pm 147/25$ ,  $M1443=(1/2)(-3/25+147/25)=(72/25, -3)$ ,  $M1444=(1/2)(-5-3(-3))=2$ . Řešením je tudíž množina reálných čísel  $(X)(=-3, -3, -3, =2, =2)$ .  
Podle smyslu úlohy je řešením kořen  $(x=2)$ , nekonečně malou koncentraci bude mít v plazmě Nifedipin přibližně za 2 hodiny po podání.