

Informační Bulletin



České Statistické Společnosti

číslo 2, ročník 18, říjen 2007

REZERVUJTE SI ČAS JIŽ NYNÍ

ROBUST 2008 :: ZÁŘÍ 8. – 12., 2008

Vážené kolegyně a vážení kolegové,

dovolujeme si Vám oznámit, že ROBUST 2008 se uskuteční ve dnech 8.–12. 9. 2008 v nádherném prostředí Ráckovy doliny v Roháčích za příchodu babího léta a především pak nových stochastických myšlenek jež, jak doufáme, dorazí s Vámi.

Tak jako i v minulých letech nabízíme příjemné prostředí, bohatý program odborný i společenský, nízké ceny a především neopakovatelnou atmosféru setkání stochastiků všeho druhu z Česko-Slovenska.

Již dnes Vám můžeme slíbit přednášku o historii matfyzáckých táborů u lovecké chaty poblíž druhé salaše, která se uskuteční v prostorách bývalého tábora. Prosíme Vás tímto, abyste ve svých „skrýších“ z mládí pohledali dobové fotografie a jiné tajné relikvie z oněch dob a zapůjčili nám je na výstavku.

V nejbližších dnech dostanete podrobnější informace. Sledujte take náš web <<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~antoch/>>

Na setkání se těší

J. Antoch, G. Dohnal a V. Witkovský

P.S. Hotel je připraven se postarat jak o ty, kteří přijedou dříve, tak o ty, kteří by se rádi po konferenci zdrželi déle.

REZERVUJTE SI PROTO SVŮJ ČAS JIŽ NYNÍ

PROČ A JAK UČIT MATEMATIKU NA UNIVERZITĚ

Pavel Drábek

K napsání tohoto článku mne vyprovokovala nejen poněkud zvýšená aktivita debat na téma výuky matematiky na Fakultě aplikovaných věd ZČU v Plzni, která probíhala posledních pár měsíců, často i za doprovodu zjitřených emocí, ale také léta trvající diskuse o výuce matematiky na všech typech a stupních škol v České republice (i akce jako například zrušení povinné maturity z matematiky na gymnáziích apod.). Ze svých častých zahraničních cest mám zkušenost s tím, že podobné debaty se vedou prakticky všude na světě a že naše země není v tomto směru žádnou výjimkou.

Dlouhá léta jsem přesvědčen o tom, že univerzita by měla svého absolventa vybavit do jeho budoucího života spíše moderním světovým názorem, než velkým množstvím faktů a konkrétních znalostí, které mohou po letech zastarat, mohou být překonány novými poznatky nebo mohou dokonce ztratit i platnost. Pod „moderním světovým názorem“ si představuji, mimo jiné, také to, že absolvent bude dobře chápat smysl a podstatu vystudovaného oboru, jeho místo a postavení v kontextu lidského poznání, jeho historii i perspektivy dalšího rozvoje. K tomu všemu je třeba, kromě zdravého selského rozumu, vytrénovat mozek v operativním myšlení, v některých obecných myšlenkových postupech, ale také v dovednostech typických pro absolventův obor. Jedním z hlavních úkolů výuky matematiky na univerzitě je naučit studenty právě těmto návykům a myšlenkovým obrátům tak, aby byli například schopni přesně rozlišit mezi příčinou a důsledkem, aby věděli, že každé tvrzení by mělo být podloženo důkazem, případně jeho platnost vyvrácena protipříkladem, nebo že i přesné a správné výpočty mohou, bez provedení správné interpretace, vést ke zcela chybným závěrům. Považuji toto poslání matematiky za důležitější než to, zda se student stihne naučit tu či onu konkrétní pasáž ze skript. Na některých faktech se však tento způsob myšlení trénovat musí a v tom je právě kámen úrazu. Matematika začíná být opravdu zajímavá a krásná až na jistém stupni poznání a ne každý má dostatek trpělivosti se k tomu dopracovat. Síla i krása matematiky spočívají v její struktuře, po dlouhá staletí pečlivě budované na základě přísných pravidel formální logiky. To je však zároveň velice svazující při provádění jakýchkoli reforem její výuky a každý takový zásah se musí provádět citlivě a hlavně s hlubokým porozuměním oboru.

V každém vztahu (nejen „student versus učitel“) je otevřená komunikace, vzájemný respekt, úcta a pochopení základem úspěchu. Vždycky se vyplatí najít odvahu říci si otevřeně i nepříjemné věci. Chci se této zásady držet a rád bych zdůraznil, že matematika v žádném případě není lehká. Ten, kdo to tvrdí, buď nepronikl do její podstaty a nepoznal co „potu a krve“ stojí snaha posunout poznání v tomto oboru byt jen o malý krůček dopředu, nebo vědomě lže. Každý student by to měl dobře vědět. Student by měl také vědět, že naučit se novým myšlenkovým postupům není jednoduché, že vlohy a nadání mohou sice celý proces urychlit, ale že k dosažení konečného cíle samy o sobě nestačí. Je pravdou, že „myšlení bolí“, zejména při snaze jej změnit, a je též pravdou, že bez ochoty snášet po jistou dobu tuto bolest se nikomu nepodaří svoje myšlení zdokonalit. V této souvislosti se nabízí paralela ke sportu, kde dnes asi nikdo nepochybuje o tom, že k dosažení dobrých sportovních výkonů je třeba tělo trénovat. Trénování ducha se však zdá být u mnoha dnešních lidí zcela tabu.

Otázkou zůstává, co z matematiky učit, aby bylo učiněno zadost všem požadavkům: vytrénovat myšlení, naučit všechna fakta, která si žádají ostatní obory... a aby nebyla vykládaná látka neúměrně náročná. Není žádným tajemstvím, že toto je dnes klíčovou otázkou metodiky výuky matematiky. A to nejen na ZČU v Plzni, nejen v České republice, ale na celém světě. Jednou z příčin tohoto stavu je rychlý rozvoj a současná síla i možnosti výpočetní techniky, které se musí promítnout i do výuky matematiky. Ale ne tak, jak se dnes často prezentuje. Nemám na mysli žádnou „kuchařku“ algoritmů ani „průvodce“ softwarovými balíky. Mám na mysli zásadní změny ve výuce myšlenkových postupů, které plně respektují nejen současný stav a možnosti počítačů, ale i myšlenkové základy, podstatu a strukturu matematiky. Dnes si kupodivu jen málokdo uvědomuje, že například sofistikované softwarové balíky jsou produktem matematického myšlení v minulosti. Metodici se chybně dlouhá léta soustředili na to, jak konkrétní matematickou pasáž srozumitelně studentovi vysvětlit, místo toho, aby se zaměřili na to, co studenty učit a také samozřejmě, co je dnes už neučit. To však může udělat jen metodik, který je zároveň odborníkem alespoň v nějakém, byť úzkém, matematickém oboru a nemá jen „encyklopedické“ matematické znalosti. Typickým příkladem, demonstrujícím špatně pojatou metodiku, jsou smutné zkušenosti se zaváděním výuky množin do první třídy v sedmdesátých letech. Rád bych v této souvislosti zdůraznil, že nešlo o český „vynález“, smutné ale bylo, že jsme se k tomuto „hnutí“ tak ochotně a rychle připojili. Problém s tím, co učit a co z výuky vypustit není jednoduchý a bylo by naivní se domnívat, že to vyřeší jeden člověk nebo jedna katedra. Ne příliš úspěšná „Calculus Reform“, která probíhala v osmdesátých letech ve Spojených státech, je toho dokladem.

Chtěl bych poukázat na nebezpečí, které souvisí se současným, často prezentovaným názorem, že veškeré problémy jsou jednoznačně řešitelné. Dnes a denně jsme masírováni sdělovacími prostředky (přesněji těmi, kdo do nich mají přístup) a jsou nám nabízena pokud možno jednoduchá a jasná řešení nejrůznějších komplexních problémů. V kontrastu s touto skutečností bych rád přiznal, že výuka matematiky na univerzitě je otevřený a složitý proces a že ti, kteří tuto výuku zajišťují, neznají přesně odpověď na to, co je dnes dobré v matematice učit a co ne. Byl bych velmi rád, aby si toho byli vědomi i studenti a aby z tohoto úhlu pohledu přistupovali i k hodnocení výuky matematiky. Z povahy tohoto předmětu vyplývá, že řada souvislostí studentovi dojde až po dlouhé době a že některé znalosti, které získal na studiích zúročí až po letech. Znam mnoho takových absolventů. Jeden z příkladů toho, jak je třeba chápat dlouhodobý dopad matematiky, je fakt, že produkty špičkového základního výzkumu v numerické matematice z osmdesátých let se dnes používají jako samozřejmost v běžně dostupných programech. Z hlediska krátkodobého se studentovi pochopitelně jeví jako nejdůležitější fakt to, jak byl příslušný předmět pochopitelný a jak srozumitelně byl podán. Z dlouhodobého hlediska převažuje v hodnocení hloubka a univerzálnost nabytých vědomostí. Tyto dvě věci se nemusí vždy zcela překrývat. Pro jistotu však dodám, že z toho nutně nevyplývá, že by každá srozumitelná přednáška nebyla dostatečně hluboká, nebo že by nesrozumitelnost výkladu měla být známkou jeho hloubky a užitečnosti.

Nyní pár upřímných slov ke vztahu „student versus učitel“. Současní studenti jsou více samostatní a méně zakřiknutí, než byli ti v minulosti. Musí se také více starat o svoji budoucnost, a proto se více zajímají o své uplatnění a při studiu se častěji ptají na motivace přednášené látky. To je dobře a v tom vidím pokrok vůči minulosti. Možnosti dnešních studentů, ve srovnání s těmi dřívějšími, jsou mnohem širší a to je také dobře. Tyto možnosti jsou však spojeny i s odpovědností každého, jak s nimi naloží a jak jich využije pro své vzdělání. Tady už je to horší. Docházíme k paradoxnímu poznání, že přestože jsou nyní informace daleko přístupnější než kdykoli dříve, a studenti dobře ví, jak se k těmto informacím dostat, jejich průměrné znalosti jsou nižší. Mají dnes možná větší znalosti z ekonomie a širší politický rozhled, než tomu bylo dříve. V matematice tomu však je právě naopak. Nejde ale pouze o tento obor a nejde jen o uchazeče o studium na univerzitě. Je to obecný jev, který pozorují nejen moji nejbližší spolupracovníci. Rád bych zdůraznil, že to neznamená, že dnešní studenti jsou méně nadaní. Znamená to, že školské reformy, byly v minulosti prováděny necitlivě, a způsobily to, že účinnost vzdělávacího systému měla v posledních desetiletích klesající tendenci. Někteří starší kolegové – učitelé (mne nevyjímaje), mající v paměti poměrně dlouhý časový

úsek svého pedagogického působení a mající možnost srovnání úrovně znalostí studentů v minulosti a v současnosti, pak mohou čas od času propadnout pesimismu, který student vycítí a reaguje pochopitelně negativně. Současné studenty za tento stav vinit nelze, ale naopak je třeba jim pomoci. Myslím, že trpělivostí, vzájemnou úctou a pochopením se můžeme z tohoto nedobrého stavu postupně dostat. Horší je to s jiným „novým“ jevem, který je, bohužel, také důsledkem současného životního stylu a který vyvolává zdání (často po právu), že největšího úspěchu se nedosahuje poctivou prací na sobě samém, ale pokud možno jinými a pohodlnějšími cestami. Často také menšími či většími podvody „v mezích zákona“ (nebo i mimo něj). Je bohužel nemalý počet studentů, kteří tuto „životní filozofii“ ochotně převzali a implementovali ve svém studiu. Vzhledem k těmto kolegům – studentům není žádná tolerance na místě a byla by dokonce i škodlivá.

Katedra matematiky by měla nabízet matematické vzdělání v rozumné škále co do rozsahu a náročnosti. Slovo „rozumné“ úzce souvisí s rozpočtem a finančními možnostmi univerzity i pracoviště. V dostatečně široké škále pak vidím možnost demokratického výběru studentů (a případně pracovišť, které takovou výuku „odebírají“) zvolit si podle své chuti, možností a potřeby. Každý rozumný odborník – matematik, který tvoří osnovu předmětu, se samozřejmě také poradí s představiteli oborů, které výuku matematiky potřebují a matematiku využívají, vyslechne jejich názory a vezme je v potaz. Jak se bude látka učit, je však výhradně v jeho kompetenci, protože jakékoli laické zásahy (byť dobře a upřímně míněné) by ve svých důsledcích vedly ke snížení kvality. Katedra by měla zároveň dbát na to, aby byli její pracovníci v maximální míře zapojeni do vědecké práce. Jedině tak může být jejich pedagogické působení dostatečně přesvědčivé a hluboké. Víím, že tomu tak doposud zcela není, na druhou stranu však mohu konstatovat, že jsme se tomuto stavu za posledních deset let přiblížili „na dohled“.

Poslední věcí, o níž se chci zmínit, je udržení přiměřené úrovně výuky matematických předmětů (ale nejen jich). Současný stav financování univerzit nahrává úvahám, které vedou k závěrům, že snížení nároků přinese univerzitě více studentů a v důsledku toho i více peněz. Ano, krátkodobě to může být i pravda, i když i o tom pochybuji. Zkušenosti ze Spojených států potvrzují, že snížení náročnosti univerzity vede k odlivu vynikajících a dobrých studentů. Z dlouhodobé perspektivy jde o nebezpečnou hru, která může vést nejen ke ztrátě studentů, ale i ke ztrátě akreditace a toho nejcennějšího, co by si každá fakulta a univerzita měla střežit jako oko v hlavě, své prestiže.

prof. Pavel Drábek
vedoucí katedry matematiky FAV ZČU v Plzni

VÝUKA STATISTIKY 2007

Petr Hebák

Vážení kolegové,

opakovane a možná mylně či neoprávněně předpokládám, že zdejší jednání navazuje na naše dvě předchozí setkání. Na Stakanu v roce 1999 se z různých hledisek poměrně dlouze a (podle mého názoru) důkladně diskutovalo o různých otázkách a problémech souvisejících s výukou statistiky na různých školách či úrovních studia, jakož i o užitečnosti využití statistiky nestejně obsahově i datově orientovanými (současnými či očekávanými budoucími) uživateli statistických postupů a metod. Rovněž dnes považuji za užitečné si nejdříve připomenout základní myšlenky tehdejšího příspěvku, který pak pod názvem *Učíme statistiku* vyšel ve statistickém bulletinu a je i zde pro případné zájemce v počítači k dispozici. Hlavně se však budu v tomto úvodu snažit posoudit (dnes, stejně jako o čtyři roky později v roce 2003) stav, ke kterému jsme došli za osm let od mého prvního vystoupení na toto téma. Těmito a podobnými sliby jsem zahájil i přednášku na Stakanu v roce 2003 pod názvem *Výuka nestatistiků*. Již tehdy jsem se společně s účastníky setkání zamýšlel nad změnami a zkušenostmi v oblasti významu a výuky statistiky, jakož i nad oprávněností obav o budoucí postavení a přežití *statistiky* v jednadvacátém století, které jsou i dnes (z mnoha článků renomovaných statistiků ve význačných odborných časopisech) stále zřetelnější. Jak však uvidíme, není to všude stejné a zvláště na otázku o postavení statistiky odpovídají někteří jinak, než bychom asi odpověděli dnes my. V roce 1999 jsem řekl, že některé pesimistické úvahy úzce souvisí nejen se zaměřením výuky, ale rovněž s užitečností a všeobecnou úctou k výsledkům naší činnosti, jež jsou v různých podobách předkládány veřejnosti. Důsledky našeho pedagogického statistického působení částečně vycházejí z postoje, který máme sami k sobě a k našemu oboru, ale i z postoje, který oprávněně či neoprávněně mají jiní k nám a naší disciplíně. Stále jsem totiž přesvědčen, že otázka *postavení statistiky v budoucnosti* je neoddelitelná od obsahu i způsobu výuky *nestatistiků*. Nevím, zda na VŠE v Praze je situace netypická (ve skrytu duše doufám, že tomu tak je), protože u nás (podle mého hodnocení) situace v oblasti výuky statistiky pro *nestatistiky* a možná brzy i pro *statistiky* se ještě výrazně zhoršila. Co říci, když místo dvousemestrového předmětu 3/1 je zařazen jednosemestrový předmět 2/2, když sjednocování způsobu zkoušení různých předmětů ve svých důsledcích vede k situaci, kdy od studentů nelze příliš mnoho chtít a navíc

některé fakulty či katedry se snaží minimalizovat výuku matematiky, statistiky či jiných i jen velmi málo exaktně orientovaných předmětů. Ve smyslu bývalého hesla „*Za masovost – za rekordy!*“ u nás začíná převládat snaha o masové (velice všeobecné) tříleté bakalářské studium s nejrůznějšími předměty údajně manažerského typu před klasickým univerzitním vzděláním. Do pozadí (myslím si, že chybně) ustupuje magisterské, jakož i ucelené pětileté studium s hlubší orientací na zvolený obor studia. Ukazatel počet studentů na jednoho učitele ani nechci komentovat, i když jeho důsledky všichni velmi dobře známe. Je určitě velice dobré, že přicházející absolventi středních škol mají výrazně lepší jazykové znalosti (zvláště angličtiny) než ti dřívější či někdy i důkladnější než jejich učitelé a je užitečné, že vědí poměrně hodně o práci a možnostech počítačů. Méně je už povzbudivé, že tradičně k nám přicházejí studenti z různých typů středních škol bez aspoň minimalistického matematického základu. Myslím, že předmět *logika* či nějaký podobný dnes na gymnáziu ani není vyučován. Odhaduji, že pokud jde o význam pravděpodobnostního nebo statistického myšlení více než 90 % zájemců o studium (bohužel i těch, kteří se hlásí na obor statistika) ani nemá tušení, že něco takového existuje. Nejen starší politici, vystudovaní novináři či komentátoři v rozhlase a televizi (jak až na vzácné výjimky neustále vidíme), ale i žadatelé o studium, kteří se narodili buď těsně před, nebo už po roce 1989 nemají ani elementární schopnost posoudit význam *čísel* různého typu a mají k nim spíše až podvědomý odpor. Po přijetí ke studiu je tím už dopředu dána velmi neurčitá (spíše velmi malá) naděje, že v průběhu krátkého (často zcela jinak orientovaného) studia se situace výrazně změní. Zkušenosti říkají, že pokud sami nebo díky rodičům, pedagogům či kamarádům někteří z nich zásadně nezmění svůj *osobní postoj* k exaktnímu a kvantitativnímu uvažování, lze jen těžko předpokládat, že po ukončení studií ve své budoucí běžné činnosti nebo odpovědné funkci budou sledovat nějaké numerické analýzy či dokonce je doporučovat a s úspěchem využívat.

Před čtyřmi i osmi roky obdrželi účastníci Stakanu jako jeden z podkladů pro diskusi rozsáhlé příspěvky k výuce statistiky, takže jsem se při slovním doprovodu textu zaměřil jen na některé sporné nebo zajímavější oblasti. Týkalo se to nejen hlavního tématu, kterým byla *výuka statistiky pro nestatistiky*, ale i některých otázek studijních programů na oborech s převážně či výhradně statistickým zaměřením. Obsahově byla celá problematika rozdělená do následujících (myslím si, že pořád aktuálních) bodů. Některé z nich přesahovaly obsahové pojetí tehdy mnohem úžeji zaměřené debaty, takže jim byla věnována menší nebo téměř žádná pozornost. Pro připomenutí to byly tyto body:

1. Jaké je postavení statistiky v zahraničí a u nás?
2. V čem se statistika za posledních dvacet let změnila a co lze očekávat?
3. Co se od nás statistiků při výuce statistiky požaduje?
4. Jsme pedagogové, vědci nebo obojí?
5. Jakou formu výuky zvolit?
6. Jak jsme na tom se statistickou literaturou?
7. Jaký obsahový a časový rozsah výuky statistiky bychom doporučili?
8. Kdo a jak statistiku učí kromě nás?
9. Jaký by měl být obsah základního kurzu statistiky pro bakaláře?
10. Jaký by měl být obsah kurzu statistiky pro magistry na různých oborech?
11. Jaké máme naděje na obchodních, podnikatelských či MBA kurzech?
12. Jak organizovat studium na oboru *Statistika*?
13. Jak organizovat doktorské či jiné postgraduální studium statistiků?

Už v minulém vystoupení bylo jedním ze záměrů ukázat nejen na současný stav, ale zamyslet se nad obecně možným vývojem různých vědních oborů, nad interdisciplinárním přístupem k některým obecnějším otázkám zpracování dat a v této souvislosti i nad očekávaným postavením statistiky v budoucnosti. Vzhledem k mému zájmu, jsem se i minule snažil vyvolat debatu o možnosti využití *bayesovského* pojetí pravděpodobnosti v základním kurzu pro nestatistiky a zmínit nezbytnost propojení některých metod s dalšími informacemi teoretického i empirického charakteru (tedy s informacemi pocházejícími odjinud než z analyzovaných dat) při větším zapojení lidského úsudku, a to zvláště při řešení úloh postrádajících bezprostřední analogii. Souvisí to nejen s filozoficky orientovanými debatami o *subjektivní pravděpodobnosti* a s odlišnými názory na různé možnosti pojetí výuky statistiky, na které jsem se v přednášce odvolával současně s prezentací jedné takto orientované učebnice. Má se to obecněji dotýkat otázky využití statistiky v oblasti společenských věd a inspirovat k zamyšlení nad všeobecně *nedostatečným využíváním* dat a nad běžnou absencí datových analýz při *rozhodování*.

Na závěr tohoto úvodu připomínám pár shrnujících poznámek k příspěvku z roku 1999, o kterých po letech s uspokojením konstatuji, že bych na nich dnes změnil pouze drobnosti, zatímco v zásadních bodech bych s nimi stále souhlasil.

Co chceme, aby si studenti z výuky statistiky odnesli?

A) Budoucí statistici absolventi oboru statistiky (na VŠE či jinde):

- Solidní matematické základy.
- Různé aspekty pravděpodobnostního a statistického myšlení.
- Široké znalosti statistických metod a technik.
- Způsob přípravy experimentu a organizace různých šetření a zjišťování.
- Vše co souvisí s přípravou a porízením dat.
- Ovládání statistického počítačového zázemí.
- Práce s velkými databázemi a obecně rozsáhlými soubory.
- Znalost problematiky oboru či oblastí používání.

B) Nestatisticy (jednosemestrový až třísemestrový kurz statistiky typu 2/0 až 2/2):

- Základy pravděpodobnostního a statistického myšlení.
- Pochopení významu čísel, charakteristik či ukazatelů.
- Argumenty proti přílišné demokratizaci statistiky.
- Schopnost předcházet bagatelizaci a vulgarizaci při používání statistiky.
- Odlišení různých typů dat a způsobů jejich porízení.
- Důsledky agregace a kategorizace dat.
- Odlišení možností různých statistických metod.
- Plné pochopení jednoduchých ilustrativních úloh s výsledky z počítače.
- Schopnost debat nad výstupy z počítačů (vstup a výstup metod).

Co z toho plyne pro výuku statistiky pro nestatistiky?

- Ústup od převážně formálně matematického přístupu k výkladu.
- Výklad ve smyslu „les místo stromů a nadhled před podrobnostmi“.
- Minimum vzorců a podrobností o výpočetních algoritmech.
- Důkazy jen zcela výjimečně pro objasnění myšlenky.
- Významná úloha výběru a statistické literatury a kvality výkladu.
- Hluboké znalosti přednášejících a malá demokratizace statistiky.
- Výklad nemá být zaměřen tak, aby se absolventi kurzu stali statistiky.
- Užitečnost výuky statistiky u počítače je při nejmenším sporná.
- Čas nelze ztrácet psaním vzorců či výkladem počítačového postupu.
- Jsem přesvědčen, že teorii opakovaných výběrů student téměř nikdy nepochopí.

Undergraduate Statistical Education (podle S. S. Wilkse před 50 lety)

Na rozdíl od mých pesimistických obav o budoucnost uplatnění statistiky u nás je mnohem radostnější si znovu přečíst příspěvek *Samuela Stanleyho Wilkse* na pravidelném ročním setkání *American Statistical Association*, i když byl přednesen už v roce 1950! Proslov Wilkse byl velice zajímavý a hlavně je tak stále aktuální, že jej znovu uvedl prestižní časopis *The American Statistician* v prvním čísle minulého roku pod názvem *Undergraduate Statistical Education*. Wilks tehdy vyšel z jakoby už v té době nesporné skutečnosti, že vývoj přinesl všeobecné široké uplatnění statistiky a statistických metod ve všech oblastech veřejného života a vědeckého výzkumu. Wilks konstatoval (jakoby už na přelomu minulého století samozřejmou) skutečnost, že statistika a její uplatnění se už netýká jen profesionálních statistiků, ale tisíců lidí, kteří poznali nutnost stát se *inteligentními konzumenty* statistiky a statistických metod. Za vážný a dlouhodobě vleklý problém však už tehdy označil situaci v oblasti statistického vysokoškolského vzdělávání. Název i obsah příspěvku ukazuje, že se Wilks zabýval přesně stejnými otázkami, o kterých my už (říkejme o téměř 60 let později) stále debatujeme. Nevím, zda jeho myšlenky tehdy vstoupily do amerického vzdělávacího systému, ale každopádně jsem považoval za užitečné si jeho slova aspoň částečně připomenout.

Než přejdu k systému, který Wilks na setkání členů americké statistické asociace předložil, bych rád poznamenal, že kromě výše zmíněného všeobecného rozšíření oblastí využití statistiky byly pro mne rovněž velice překvapující další odstavce příspěvku, ve kterých Wilks řekl, že nemá v úmyslu zabývat se postgraduálním statistickým vzděláním, protože podle jeho slov je tato oblast široce a úspěšně **vyřešena**. Důvodem byla (a snad stále jsou) *silná centra pro pokročilou výuku aplikované i teoretické statistiky s rostoucím počtem úspěšných absolventů a dalších schopných zájemců o studium*. V této souvislosti Wilks zmínil i *užitečný důsledek dřívějších rozsáhlých debat o způsobu výuky pokročilé statistiky a obrovské zásluhy řady významných (v článku jmenovaných) statistických institucí i skutečnost, že na trhu je dostatek velice kvalitních knih a studenti mají k dispozici spoustu užitečných studijních materiálů*. Mohu jen konstatovat, že je mi velice líto, že pro argumentaci týkající se našeho dnešního postgraduálního studia na oboru statistika jsem nikdy neměl aspoň k nahlédnutí výsledky zmiňovaných debat o výuce pokročilé statistiky ani důsledky jím navrženého systému vysokoškolského statistického vzdělávání.

Méně už pro mne bylo překvapivé konstatování Wilkse, že zmíněný i další (v článku podrobně popsany) růst zájmu o uplatnění statistiky odhalil, že

v USA (a určitě nejen tam) je spousta (říká tisíce) lidí nedostatečně statisticky vzdělaných a velmi málo vybavených elementárními základy statistiky. Většina z nich totiž nezískala téměř žádné nebo zcela žádné statistické vzdělání na střední ani vysoké škole. Wilks se pak nediví velkému zájmu o večerní studium, o krátké kurzy nebo jednoduché knížky či jiné studijní materiály, který dodatečně projevují mnozí lidé s nejrůznějším zaměstnáním, zaměřením či odlišným odborným vzděláním. Někteří univerzitní učitelé statistiky se pak na této *ad hoc* zaměřené výuce aktivně podílejí, což je sice jistě chvályhodné, ale vůbec neřešící dlouhodobé potřeby v této oblasti. Podle Wilkse takové statistické vzdělávání připomíná (cituji volným překladem) *skupinu dočasných kasárenských baráků, které byly postaveny ve spěchu kousek po kousku, nepěkně vyhlížejících a stojících na velmi chatrných základech*. Wilks shrnuje, že pokud to je (říkejme *tehdy bylo*) zapotřebí nebo není k dispozici lepší řešení velkého zájmu o získání elementárních informací o statistice, nelze k tomu nic říci či namítat, ale dříve či později to stejně bude vyžadovat nějaký propracovanější systém.

Nemusím asi příliš vysvětlovat, že mi jeho slova zvláště v této části připadají velice současná. Dokonce natolik současná, že jsem se při prvním čtení mylně domníval, že jeho příspěvek je z poslední doby a nikoli přes půl století starý.

Podle Wilkse ve výuce základů statistiky je zapotřebí (cituji bez překladu):

„... *We need in statistics elementary courses at elementary levels in which the student can concentrate on fundamental concepts and basic skills in a graduated manner, doing just enough problems and laboratory exercises to fix these ideas without losing himself in the meaningless manipulation of formulas. If these elements are presented clearly and systematically to a student early in his college career he will be in position to use them with facility and understanding in later courses, in thesis work, and in life-sized problems. If properly organized this basic material can be presented eventually in a sequence of two full-year courses, just as the basic mathematics for students in the physical sciences and engineering ...*“

Jaké s tím souvisí organizační aspekty výuky elementární statistiky?

a) Kdo a jak má učit základní kurzy statistiky?

Základy statistické analýzy a principy statistických úsudků jsou v zásadě stejné, když se odpovídajícím způsobem vyučují v biologii, ekonomii, matematice, psychologii či sociologii. Jde o elementární vysokoškolské kurzy a na různých školách mohou být odlišné přístupy k jejich zabezpečení. Někde existuje katedra statistiky, jinde může pro tento účel takto zaměřená katedra vzniknout a vzácností není, že taková výuka je svěřená katedře matematiky. Může se dokonce i stát, že (v rámci tzv. demokratizace statistiky) se budou snažit výuku statistiky nabízet i zástupci jiných (více či méně příbuzných) kateder a už teď je možné říci, že nejsou dobré zkušenosti s tím, když statistiku učí někdo jiný než statistik. Například katedry matematiky jen zřídka mají členy zaměřené výhradně nebo převážně na počet pravděpodobnosti a jsou tak soustředěny na klasickou matematickou výuku. Je pro ně velice obtížné si představit, že studenti ať už třeba v biologii či ve společenských vědách potřebují trénink kvantitativních metod, a pokud si takovou potřebu uvědomují, pak většinou nevidí žádné důvody k tomu, aby se výuka studentů ekonomie, sociologie či biologie nějak zásadněji odlišovala od klasického matematického vzdělávání fyzikálně či technicky orientovaných studentů. Poznamenejme, že pod dojmem existujících statistických paketů a *kuchařkovitých* návodu k jejich použití, se vedoucí pracovníci některých fakult či kateder (více než kdy dříve) domnívají, že si elementární statistické vzdělávání zabezpečí i sami vlastními silami bez statistiků. Osobně si myslím, že my statistici nutně potřebujeme najít takový způsob výuky základů statistiky, který bude na jedné straně plnohodnotným výkladem principů pravděpodobnostního i statistického myšlení a na druhé straně bude atraktivním seznámením s možnostmi statistických metod. Jinak riskujeme, že nám ujede vlak a může se stát i těm mladším, že nová šance už nepřijde.

Pozoruji už delší dobu, že náš přístup k výuce statistiky je poznamenán chybami, které se ve větší či menší míře projevují (podle mého názoru asi) téměř ve všech běžných způsobech výuky statistiky pro nestatistiky:

b) Tradiční výuka základního kurzu (říkejme aspoň ročního v rozsahu 2/2)

Problém je už na samém začátku, že výuka základů statistiky vychází z často neoprávněného předpokladu, že většina studentů je schopna logicky vnímat

výklad, trochu rozumí *číslům* a má aspoň minimalistické znalosti z matematiky (třeba v rozsahu nepovinného předmětu na nepřírodovědném gymnáziu). Při začátku kurzu se naráží na další rovněž mnohdy neoprávněný předpoklad, že je k dispozici taková učebnice *základů statistického myšlení*, kde je nejenom kvalitní výklad všech používaných pojmů, přehled potřebných vzorců, řada ilustrativních řešených příkladů i neřešených cvičení s výsledky, ale i ukázkové úlohy, kde v rámci studovaného oboru a zaměření školy je možné se přesvědčit o užitečnosti kvantitativního přístupu. Pedagog, který si tyto skutečnosti uvědomuje, se pak (asi rovněž většinou neoprávněně) snaží suplovat výchozí neznalosti studentů, neexistenci odpovídající učebnice (*ušité na tělo probíhajícímu kurzu*) a vyložit na přednáškách vše tak, aby ti co si všechno z přednášek zaznamenají byli dostatečně vybaveni *povinnou literaturou*. Potíž je v tom, že toho je pak mnoho a v daném čase to přednášející ani technicky nemůže stihnout, natož aby studenti stihli si dělat jakýsi nadhled nad celým předmětem a vnímat pocit užitečnosti svých rozsáhlých poznámek z přednášek. Ti, co občas nebo dokonce vždy nepřijdou ani nemají možnost tento pocit získat, a ti co chodí pravidelně si spíše jen píšou než by o tom hlouběji přemýšleli. Na cvičeních to potom vypadá tak, že studenti nikdy nic nikde o statistice neslyšeli ani nepřčetli, takže cvičící si opět chybně vytvoří názor, že to teď bude muset studentům pořádně vysvětlit a navíc jim i ukázat, že leccos z toho počítač umí udělat po příslušných příkazech za nás. Domácí cvičení se už tradičně v českých podmínkách stávají spíše výzvou pro ty nejlepší, aby těm druhým pomohli odevzdat aspoň minimum. Toto vše každý z nás důvěrně zná a není potom vůbec divné, že u zkoušek to potom (opět většinou, ale naštěstí nikoli výhradně) působí dojmem, že žádná výuka nebyla, studijní materiály nejsou a počítačové zázemí příliš nepomáhá. Přes tento stav většina studentů zkoušku dříve či později udělá, aby členové jiných kateder i vedení fakult či školy nedošli k názoru, že ta statistika studentům příliš nepomáhá, pravděpodobnostní ani statistické myšlení nenabízí a konkrétní úlohy daného oboru neřeší. Po absolvování školy tito studenti s „úspěšně“ absolvovanou zkouškou ze statistiky konstatují, že jim to nic nedalo a svůj vnitřní odpor k *číslům* se promítá do jejich činnosti a stanou-li se později vedoucími pracovníky firmy, institucí, odborů atd. i do činnosti týmu, který řídí. Namítnete, že to není tak zlé, jak to zde popisují, že je celá řada talentovaných, vědění chtivých studentů, kteří dobře vnímají potřebu kvantitativních znalostí. Máte jistě pravdu, ale to neřeší skutečnost, že způsob, kterým se statistika učí je částečně velice zastaralý a neodpovídající současným možnostem a částečně naopak příliš zahleděný do nutnosti (a neexistujícího tlaku) naučit statistiku nestatistiky dělat přímo s počítačem a tak je vybavit pro (jak se s oblibou říká) *praktický život*.

Wilks tedy žádal už v roce 1950 aspoň minimální znalosti z pravděpodobnosti a logiky ze střední školy. Dále pak na vysoké škole dvouleté plnohodnotné kurzy statistiky (nejlépe hned v prvním a druhém ročníku studia), které budou zabezpečené dobrými učebnicemi a kvalitními pedagogy (jak říká *netoužícími po výzkumu ani význačných institucích*), ale připraveni právě na závažný úkol popularizace statistiky ve vědomí veřejnosti s tím, že zároveň nabídnou nejlepším studentům možnost získat základy pro hlubší pochopení metod výzkumu v dalším studiu i rozhodovací znalosti v běžném životě. Vzhledem ke stále aktuálnosti tohoto již 57 let starého příspěvku pro *110th Annual Meeting of the American Statistical Association, Chicago, 28. 12. 1950* si dovoluji shrnout hlavní myšlenky Wilkse do krátkého závěru této části mého vystoupení.

1. Už v roce 1950 považuje Wilks otázku statistického vzdělávání na vysokých školách za největší problém a hlavní úkol pro statistiky ve druhé polovině 20. století. Úkol může být splněn, když se najde schopnost reagovat na úlohu statistiky ve výrobních a obchodních úlohách, jakož i ve všech oblastech výzkumu. Na vzdělávací škále to musí jít dostatečně *dolu a hluboko, protože to je učeno pozdě a povrchně!* Mnozí opouštějí vysokou školu nedotčení nejen speciálně statistikou, ale kvantitativním myšlením vůbec.
2. Podstatou řešení jsou two full years courses, obsahující základy pravděpodobnosti, statistiky, logiky a experimentální filozofie, přičemž je nutné mít aspoň nějaké znalosti z matematiky.
Poznámka PH: Dnes k tomu přistupuje (cituji z materiálů QMSS při ESF) *katastrofický nedostatek kvantitativního vzdělání pracovníků ve společenských vědách*, jakož i zaběhnutá snaha statistiků naučit studenty mačkat *správné* počítačové klávesy a provádět *nejlepší* volby z nabídek statistických paketů. Již mnohokrát jsme diskutovali problémy výuky, ale jakékoli zlepšení nevidím.
3. Elementární kurzy statistiky by měli učit statistici. Vzhledem k tomu, že ti dobří odcházejí jinam, by to mohli být přednostně B. A. či M. A. studenti anebo skupina učitelů, která se právě pro tuto výuku nejlépe hodí.
4. Dvouletý kurz by měl být nejlépe v prvním a druhém ročníku VŠ studia, takže přicházející studenti musí mít už ze střední školy jisté základy, aby to mohli dobře chápat.

5. Pro střední školy to znamená úkol vytvořit časový prostor pro výuku, přičemž si Wilks myslí, že zde by měli matematici upustit od výkladu třeba trigonometrických rovnic, prostorové geometrie, vypustit neefektivní důkazy ve prospěch myšlenek elementární pravděpodobnosti, statistiky a hlavně logiky.

Wilks končí slovy . . . *the challenge is great and it must be met.*

Poznámka PH: Pochopitelně Wilkse tehdy nemohlo napadnout zmínit nebo dokonce doporučit vhodné řešení pro situaci, kdy matematika je zcela vytlačována ze středních i ekonomických VŠ, na gymnázium často existuje jen jako nepovinný předmět, ze kterého tedy většina studentů ani nematuruje a výklad logiky či jiných příbuzných oblastí téměř neexistuje. Netušil, že po 57 letech budeme stát před situací, kdy postoj univerzit či jiných vysokých škol ke kvantitativnímu vzdělání obecně je více než sporný a získat dvouletý plnohodnotný prostor pro výuku nestatistiků téměř nepřichází v úvahu.

Klasický či bayesovský přístup k výkladu elementární statistiky?

Asi před čtrnácti dny po ukončení nepovinného kurzu Bayesovské statistiky jsem dostal pro mne velice příjemné hodnocení a vyjádření jednoho z účastníků tohoto kurzu, který je ve čtvrtém ročníku našeho oboru. Z jeho dvoustránkového dopisu vybírám jednu část, kde říká:

„. . . úplně jsem nevěděl, co bych měl od tohoto předmětu očekávat a spíše jsem si ho zapsal ze zkušenosti s předměty absolvovanými s Vámi. Musím ale říct, že jsem byl velmi příjemně překvapen. Po absolvování předmětu se pro mě sice pan Bayes a jeho přístup ke statistice nestali něčím, čemu bych bezmezně důvěřoval a zavrhl veškeré poznatky o klasických přístupech, ale znamená to pro mě poznání, že bayesiánství je více než jen Bayesův vzorec a je mnohdy velmi užitečné se na statistiku dívat i přes bayesovské brýle. Navíc to byla opravdu příjemná změna, kdy se člověk může dívat na statistiku v trochu lidštější formě. V rámci výuky na VŠE na to bohužel ve většině případů nezbývá čas. Zajímavý byl pak článek o výuce statistiky už od počátku na bayesovských základech. Z vlastních zkušeností vím, že orientovat se ve statistických základech je pro začátečníka velmi obtížná záležitost. Neříkám, že by se měla změnit koncepce výuky statistiky na bayesovský přístup, ale pro obor Statistika by tento předmět měl být povinný – podat studentům statistický základ tak, jak to bylo v článku pojato, tedy že na většinu věcí

mohou přijít sami. To v klasické statistice z pohledu začátečníka jde opravdu ve velmi málo případech . . .“

Za téměř třicet let (postupně menšího až dnes většího) zájmu o bayesovský přístup k pojetí pravděpodobnosti a induktivních, deduktivních a reproduktivních úsudků jsem postupně přecházel od osoby Thomase Bayese a začátků neobayesiánství či pozdějšího bayesiánství, přes bayesovskou teorii, bayesovské výpočty až k bayesovským aplikacím a dnešním snahám vyučovat základy počtu pravděpodobnosti a základů statistiky z bayesovského hlediska. Článků na toto téma mám desítky, ale zde zmiňuji jen jeden, ale pokud jde o bayesovsky orientované knihy, jež mne zaujaly, uvádím je v pořadí, jak vycházely:

Edward E. Leamer.: Ad Hoc Inference with Nonexperimental Data. Wiley 1978.

Chamont Wang.: Sense and Nonsense of Statistical inference. Dekker 1993.

José M. Bernardo – Adrian F. M. Smith.: Bayesian Theory. Wiley 1994.

Christian P. Robert.: The Bayesian Choice. Springer 1994.

Donald A. Berry.: Statistics – A Bayesian Perspective. Duxbury Press 1996.

Mike West – Heft Harrison.: Bayesian Forecasting and Dynamic Models 1997.

Bradley Efron.: R. A. Fischer in the 21st Century. Statistical Science 1998.

S. James Press – Judith M. Tanur.: The Subjectivity of Scientists and the Bayesian Approach. Wiley 2001.

William M. Bolstad.: Introduction to Bayesian Statistics. Wiley 2004.

Odmysleme si souboj mezi *subjektivisty* a *objektivisty*, který trval přibližně dvě století a respektujme současný stav, kdy kritika bayesovského způsobu myšlení je už spíše *umíněností*, částečnou nebo úplnou *neznalostí argumentů* anebo jen *neochotou* některých klasiků respektovat vývoj, ke kterému v této oblasti nesporně došlo. Bayesovský přístup přestal být veřejně kritizován, i když se ještě dnes v soukromých debatách či polemikách setkám s výroky typu . . . *je to možná zajímavé, ale já se zabývám něčím jiným; není to můj šálek kávy; příliš tomu nevěřím . . .* či s podobnými dalšími. Za zlomový považuji rok 1997, kdy M. Kendall do slavné série knih (pod společným zastřešujícím názvem *Advance Theory of Statistics*) zařadil díl 2e pod názvem *Bayesian Inference*, jehož autorem je *D. W. Lindley*. Je možné bez přehánění říci, že dnes neexistuje významný statistický časopis, který by pravidelně nezařazoval nej-různěji zaměřené články k rozvoji bayesovské statistiky. Výše uvedená kniha o subjektivitě vědců je nádherným důkazem, že dvanáct pro knihu vybraných osobností (Aristoteles, Galileo Galilei, Viliam Harvey, Isaac Newton, Antoine Lavoisier, Alexander von Humboldt, Michael Faraday, Charles Darwin,

Louis Pasteur, Sigmund Freud, Marie Curie a Albert Einstein), všeobecně považovaných za ikony vědy, jednoznačně svým přístupem demonstrují potřebu i schopnost vědeckého využití osobního přesvědčení, intuice, předchozích znalostí. Tito odborníci ve své profesi prokázali význam subjektivity pro získání nových poznatků a schopnost její kombinace s empirickými výsledky bádání.

Přibližně rok 1996 znamenal i začátek období rozsáhlých debat o přednostech různých způsobů výuky statistiky pro nestatistiky, a tedy i o možnosti vyučovat statistiku pro nestatistiky z bayesovského hlediska. Od tohoto roku také začaly častěji vycházet takto zaměřené učebnice kombinované s argumenty ve prospěch bayesovského přístupu, i když takové publikace existovaly už v šedesátých letech (např. učebnice *D. Blackwella: Basic Statistics*. McGraw-Hill 1969). Tyto knihy pochopitelně využívají apriorní znalosti o posuzované skutečnosti a používají Bayesův vzorec jako nástroj kombinace dosavadních znalostí s výsledky provedených pokusů či získaných nových pozorování a zjišťování. Cílem příznivců bayesovského způsobu myšlení v těchto debatách o vhodném způsobu výuky statistiky bylo a je prokázat, že klasická teorie opakovaných pokusů nevyužívá pro výpočet pravděpodobností nic z daného konkrétního výběru, ale opírá se výhradně jen o hůře představitelnou situaci *všech možných výběrů* z dané populace. Bayesovci tvrdí, že výsledky *opakovaných výběrů* nebo pojmy typu výběrové rozdělení jsou pro začátečníka mnohem méně pochopitelné a představitelné, a navíc jejich využití vede k méně přesným výsledkům než jednodušší bayesovský přístup. Podle bayesovců by tedy pro rozhodnutí, jak učit statistiku pro nestatistiky, mělo být podstatné, zda jednodušší, pochopitelnější a přesnější jsou *klasické* úsudky (založené na teorii opakovaných výběrů) anebo bayesovské úsudky opírající se o kombinaci apriorní informace a nově získaných dat při využití Bayesova vzorce pro získání posteriorního rozdělení a jeho charakteristik.

Pro aspoň orientační představu o jedné části bayesovské argumentace si ukažme aspoň jeden z řady příkladů výše jmenované knihy Williama Bolstada (*Introduction to Bayesian Statistics*. Wiley 2004), který se týká odhadu populačního podílu:

Tři studenti byli požádáni, aby vyjádřili svůj postoj k π , což je podíl trvale bydlících osob v Hamiltonu podporujících výstavbu kasina v jejich městě. *Anna* si myslí, že její apriorní průměr (podíl) je 0,2 a její směrodatná odchylka je 0,08. Použití beta rozdělení jako modelu jejího postoje vede k parametrům $a = 4,8$ a $b = 19,2$. *Bart* žije v Hamiltonu teprve krátce, nezná kritické debaty k myšlence výstavby kasina a na dotazovaný podíl nemá žádný názor a nic o něm neví. Zná teorii doporučující jako model beta rozdělení a pro něj parametry jsou $a = b = 1$. *Chris* neumí použít beta rozdělení a svůj postoj

vyjádřil pomocí vah, které upravil tak, aby získal spojité apriorní rozdělení. Po úpravách dostáváme apriorní rozdělení ve tvaru

$$g(\pi) = \begin{cases} 20\pi & \text{pro } \pi \text{ od } 0,0 \text{ do } 0,2 \\ 0,2 & \text{pro } \pi \text{ od } 0,2 \text{ do } 0,3 \\ 5 - 10\pi & \text{pro } \pi \text{ od } 0,3 \text{ do } 0,5 \end{cases}$$

Úmyslně je použito apriorní rozdělení ve třech různých podobách a z prvního obrázku (označený jako Figure 8.2 na následující straně) je vidět, že se tato apriorní rozdělení zřetelně liší. Tito tři studenti dostali náhodný výběr $n = 100$ trvale bydlících osob Hamiltonu, ze kterých jich 26 vyjádřilo podporu výstavbě kasina, zatímco zbývajících 74 se vyjádřilo proti. *Anna* má posteriorní rozdělení beta s parametry 30,8 a 93,2, *Bart* má posteriorní rozdělení rovněž beta, ale s parametry 27 a 75, zatímco výpočet posteriorního rozdělení *Chrise* vyžaduje numerickou integraci součinu apriorního rozdělení a věrohodnostní funkce (Bolstad nabízí na internetu dostupné makro Minitabu). Druhý obrázek (označený jako Figure 8.3 na následující straně) ukazuje, že opticky se od sebe posteriorní rozdělení všech tří studentů málo liší a potvrzuje to i tabulka charakteristik i následující tabulka charakteristik posteriorního rozdělení.

Pro větší přehlednost shrnutí hlavních bodů *Bolstada* (týkajícího se odhadu podílu)

(podrobnější velmi jednoduchý a srozumitelný výklad je v příslušné kapitole citované knihy)

- Vztah: *posteriorní rozdělení je úměrné součinu apriorního rozdělení a věrohodnostní funkce* je podstatný pro určení tvaru posteriorního rozdělení. Potřebné konstanty je třeba vypočítat tak, aby se integrál z hustoty pravděpodobnosti rovnal jedné.
- Je-li apriorní rozdělení beta s parametry a , b je posteriorní rozdělení rovněž beta s parametry $a+y$, $b+y$, kde y je počet výskytů sledovaného jevu z n náhodných pokusů (n náhodně vybraných jednotek souboru z populace).
- Nevíme-li nic o π , můžeme použít beta rozdělení s parametry $a = b = 1$.
- Máme-li nějakou apriorní znalost o neznámém podílu, můžeme ji vyjádřit pomocí vah, které lze lineární interpolací převést na spojité apriorní rozdělení.
- Posteriorní střední hodnota je odhad, který má nejmenší posteriorní čtvercovou chybu. Je to optimální *post-data* odhad.

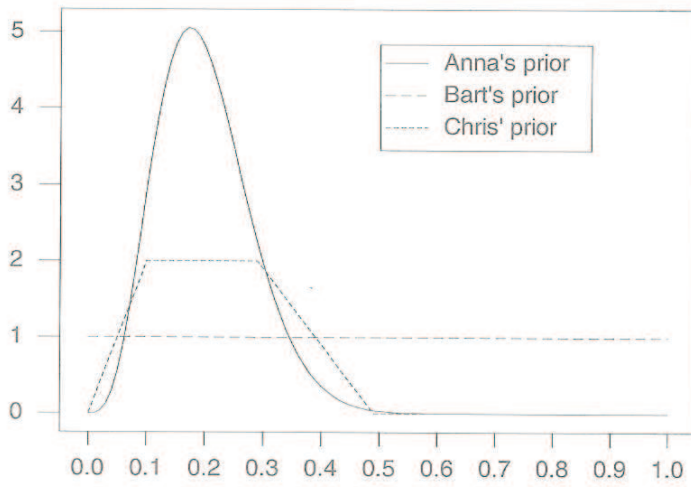


Figure 8.2 Anna's, Bart's, and Chris' prior distributions.

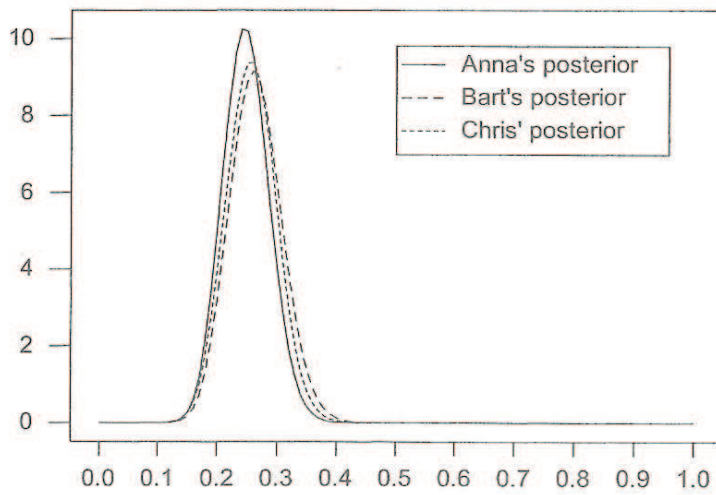


Figure 8.3 Anna's, Bart's, and Chris' posterior distributions.

Osoba	Posteriorní rozdělení	Střední hodnota	Medián	Směrodatná odchylka	Kvadrilové rozpětí
Anna	B(30,8; 93,2)	0,248	0,247	0,039	0,053
Bart	B(27,0; 75,0)	0,270	0,263	0,044	0,059
Chris	Numerické	0,261	0,255	0,041	0,057

Anna, Bart i Chris vypočítali svůj dvoustranný 95% *credible interval* (pojem, který pro odlišení od klasického *intervalu spolehlivosti* Bolstad úmyslně používá). Výpočet je provedený přesně (na základě uvedených hustot) i s využitím normální aproximace, aby bylo možné srovnání rozdílů obou výpočtů. Výsledky jsou v následující tabulce.

Osoba	Posteriorní rozdělení	<i>Credible Interval</i> – přesně	<i>Credible interval</i> – normální aproximace
Anna	B(30,8; 93,2)	0,177 až 0,328	0,172 až 0,324
Bart	B(27,0; 75,0)	0,184 až 0,354	0,183 až 0,355
Chris	Numerické	0,181 až 0,340	0,181 až 0,341

- $(1 - \alpha)100\%$ bayesovský *credible interval* je interval, který má posteriorní pravděpodobnost $1 - \alpha$, že obsahuje hodnotu odhadovaného parametru.

Klasický interval spolehlivosti

Klasické intervaly spolehlivosti všichni dobře známe, takže jakýkoli výklad je snad zbytečný. Vyjděme z toho, že v běžném klasickém vnímání je parametr (v tomto případě π alternativního rozdělení) nějaká neznámá *konstanta*. Proti tomu krajní body intervalu spolehlivosti (D, H) jsou před provedením výběru náhodné veličiny, zatímco po provedení výběru jsou to vypočtené hodnoty těchto veličin. Jakmile tedy konkrétní výběr byl proveden už nic náhodného není. Pak vypočítaný interval buď obsahuje neznámou hodnotu parametru či nikoli, ale my nevíme, který z těchto dvou případů nastal. Na tento interval se už tedy dále nemůžeme dívat jako na náhodný. Podle klasického (četnostního) paradigma je správná interpretace, že $(1 - \alpha)100\%$ náhodných intervalů (ze všech možných), vypočítaných tímto způsobem, bude obsahovat skutečnou hodnotu neznámého parametru π . V tomto smyslu máme tedy $(1 - \alpha)100\%$ *důvěru* (úmyslně využívám možnosti neoznačit slovo *confidence* za spolehlivost, ale častějším slovníkovým překladem – poznámka PH), že právě náš interval hodnotu π obsahuje. Bayesovci říkají, že činit pravděpodobnostní úsudky na základě takto pojímaných intervalů spolehlivosti představuje chybnou a zavádějící interpretaci. K tomu se ještě vrátíme v závěrečné diskusi o výhodách a nevýhodách jednotlivých přístupů.

Po použití normální aporoximace interval spolehlivosti pro π je známý běžně používaný interval

$$p \pm u_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}},$$

kde $p = y/n$ je výběrová relativní četnost a $u_{1-\alpha/2}$ je $(1 - \alpha/2)100\%$ kvantil normovaného normálního rozdělení.

Srovnání klasického intervalu spolehlivosti s bayesovským *credible* intervalem

Pravděpodobnostní výpočty pro interval spolehlivosti jsou založené na *výběrovém rozdělení* použité statistiky. Jinými slovy, jak se hodnoty této statistiky mění (liší) ve všech možných výběrech. Z toho vyplývá, že pravděpodobnosti s tím souvisící jsou *pre-data*, protože nezávisí na konkrétním posuzovaném výběru. To je zásadní rozdíl ve srovnání s bayesovským *credible* intervalem, který se určuje na základě posteriorního rozdělení, takže má přímou pravděpodobnostní interpretaci (ve smyslu bayesovského *degree of belief*), která je podmíněná napozorovanými daty. To je pro výzkumníka velmi užitečné.

Může se (ale nemusí) zajímat se i o skutečnosti, které nenastaly, ale mohly nastat. Bayesovský přístup je *post-data*, protože sumarizuje informaci, která je získaná z dat, jež bylo úkolem posoudit.

V našem příkladu klasický 95% interval spolehlivosti je

$$0,26 \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,26 \cdot 0,74}{100}},$$

což je tedy interval od 0,174 do 0,346. Rozdíly nejsou velké pro $n = 100$, ale přesto je vidět, že z hlediska délky intervalu (přesnosti odhadu), je klasický interval srovnatelný jen s intervalem *Barta* (který žádnou apriorní představu neměl), ale je zřetelně horší než *credible* intervaly obou zbývajících studentů (kteří jistou výchozí představu využívali).

Na závěr si ještě jen velice stručně připomeňme hlavní a nejčastější argumenty, které byly probírány v referátech i diskusi po přednáškách Donalda A. Berryho, Davida S. Moora a Jima Alberta při příležitosti setkání statistiků v Chicagu v srpnu 1996 a uvedl je *The American Statistician* v čísle 3 v roce 1997 na str. 241 – 268.

Výchozí referát přednesl Donald A. Berry pod názvem *Teaching Elementary Bayesian statistics with Real Applications in Science*. Berry je i autorem výše uvedené učebnice základů statistiky z bayesovského hlediska a před přibližně deseti roky už byl jedním z nejvýraznějších propagátorů výuky kurzu statistiky z bayesovského hlediska. Berry polemizuje s názorem, že bayesovská statistika není vhodná pro výuku elementárního kurzu. Snaží se ukázat výhody, které může právě tento přístup studentům přinést. Podle jeho názoru je bayesovský přístup ve vědě vhodnější než klasický. Platí to především ve výuce, kdy lze jen velmi těžko přenést na studenty svoje osobní zkušenosti a cit pro volbu vhodné metody, případně její modifikaci při řešení konkrétní úlohy klasickými postupy. Postupně se zabývá nejčastějšími důvody skutečnosti, že existuje jen málo základních (všichni víme, že i pokročilých – PH) bayesovských kurzů. Říká, že (srovnejme s ČR – PH) na většině univerzit existují bayesovské kurzy, ale jen velmi málo z nich nabízí tyto kurzy i začátečníkům. Dokonce i skalní zastánci bayesovského přístupu vyučují základní kurzy většinou z klasického pohledu. Jmenuje tyto nejčastěji uváděné důvody této skutečnosti.

1. Bayesovská statistika je příliš komplikovaná na to, aby byla přednášena v základních kurzech.

Právě naopak. Bayesovský přístup je založen pouze na některých základních myšlenkách, ze kterých se odvíjí vše ostatní. Studenti musí být schopni sledovat logický vývoj problému a musí být ochotni myslet, ale to je vše. Na rozdíl od logického vývoje a intuitivní interpretace výsledků bayesovského přístupu, jsou klasické metody téměř nepochopitelné i pro ty nejlepší studenty. Například intervaly spolehlivosti. Mnoho vyučujících (a dokonce i některé knihy) se dopouštějí nepřesností při interpretaci intervalů spolehlivosti. Vypočítat interval spolehlivosti je jednoduché, ale téměř každý (kromě odborníků) se domnívá, že 95% interval spolehlivosti např. 2,6 až 7,9 říká, že s pravděpodobností 95% zjišťovaný parametr leží v intervalu od 2,6 do 7,9. p-hodnoty jsou stejně podivné a všich (snad kromě statistiků) dávají klasickým výsledkům inverzní bayesovskou interpretaci. Někteří statistici se domnívají, že bayesovská statistika je obtížná, protože ji sami nerozumějí, nebo zastávají názor, že bayesovský přístup má být vyučován v pokročilých kurzech, podobně jako regresní analýza nebo neparametrické metody. Ve skutečnosti se však bayesovský pohled uplatňuje na celou statistiku a také na celou vědu.

2. Bayesovský přístup je subjektivní.

Ano je aspoň podle mého názoru (říká Berry). Základem všech bayesovských úsudků a rozhodnutí je současné rozdělení různých neznámých (myslí se apriorní, pokud se vztahuje k začátku experimentu a posteriorní, pokud závisí na výsledcích pokusu). Každý jednotlivec má své vlastní rozdělení pravděpodobností neznámých. Posteriorní rozdělení dvou lidí účastnících se jednoho pokusu jsou obvykle bližší než rozdělení výchozí, ale nikdo nemůže zaručit, že se názory lidí budou shodovat, a to dokonce ani pod tíhou přesvědčivých důkazů. V tomto smyslu bayesovský princip odpovídá vědeckému přístupu. Mezi lidmi převládá představa, že věda je objektivní. Proto by i statistici měli být objektivní jako u klasického přístupu. Tato představa je však mylná ve většině vědeckých přístupů se používají výrazy jako ... bylo všeobecně přijato, věřili jsme nebo pokud věříme. To, co je ve vědě známo, je obvykle to, čemu většina vědců věří, i když možná ne všichni. Věda se vyvíjí upravováním a opravováním názorů po získání nových informací. Vědci málokdy používají Bayesův vzorec, ale kdyby ho použili byla by jejich komunikace mnohem efektivnější.

3. Bayesovci se nemohou shodnout na výchozím rozdělení.

Ano nemohou. Neexistuje žádné jediné apriorní rozdělení, které by bylo vhodné pro každou situaci. Pokud by existovalo, ztratily by se tím mnohé výhody bayesovského přístupu. Bayesovci používají informace, získané mimo daný pokus. Tyto informace mohou být těžko shodné ve dvou situacích. Touha po jediném výchozím rozdělení je přenesena z klasického přístupu a svědčí o nepochopení velmi důležitého rozdílu mezi těmito dvěma pohledy: Bayesovský přístup používá i k vytváření úsudku všechny dostupné informace, zatímco klasický přístup využívá pouze data získaná experimentem nebo zjišťováním. Neexistence předepsaného výchozího rozdělení je velkou silou bayesovského pohledu, protože zabraňuje mechanické analýze sebraných dat. Statisticy jsou nuceni zjistit vše, co znají vědci i jak k tomu došli a to zvyšuje míru spolupráce mezi příslušníky jiných oborů a statistiky. Také to lépe umožňuje statistikům navrhnout další směr vývoje pokusů, které by jinak nemuseli provádět.

4. Návrh nového kurzu vyžaduje vyšší úsilí.

To je zajisté pravda. A možná to je jeden ze základních důvodů, proč se základní bayesovské kurzy nepřednášejí. Ale to se možná brzy změní.

(Zatím se tak nestalo i když sylaby a učebnice přibývají – poznámka PH.)

5. Studenti potřebují znát klasické metody a přístupy.

Dnešní studenti (říká Berry v roce 1996) dostudují v době, kdy klasické metody v praxi převažují. Je student, který absolvoval kurzy z bayesovské statistiky znevýhodněn? Například intervaly spolehlivosti. Studenti bayesovských kurzů se naučí určovat posteriorní rozdělení a pravděpodobnostní intervaly těchto rozdělení. Je snadné vysvětlit, že interval spolehlivosti je vlastně pravděpodobnostní interval při výchozím rovnoměrném rozdělení. Podobný vztah existuje i pro testování hypotéz. Ocitnou se vlastně ve výhodě. Vědí, že obvyklá (a nesprávná) interpretace intervalu spolehlivosti (že zjištěný interval obsahuje neznámý parametr s jistou pravděpodobností) platí pouze při zvláštních výchozích informacích. Někteří lidé tvrdí, že bayesovský přístup je ve vědě málo využíván, a proto by neměl být vyučován. Tento argument je nejen nepodstatný, ale navíc ani není pravdivý. Vědci sice Bayese většinou odmítají, ale obvykle sami uvažují jako Bayes, ať již jeho vzorec znají či nikoli (viz uvedená kniha o subjektivitě vědců PH). Kupříkladu si upravují názor podle výsledků pokusu.

6. Neexistují žádné vhodné výukové materiály.

To může být problém. Učebních textů opravdu není mnoho, ale tento problém se možná podaří časem odstranit. Tím se však dostáváme do určitého kruhu. Nedostatek textů vede k vyučování klasického přístupu, a tím pádem žádné bayesovské texty nejsou zapotřebí.

Pokračování Berryho příspěvku i dalších dvou, které přednesli (zastávce klasického způsobu výuky) David S. Moore pod názvem Bayes for Beginners? Some Reasons to Hesitate a (rovněž příznivec bayesovského pohledu) Jim Albert pod názvem Teaching Bayes' Rule: A Data-Oriented Approach, jakož i reakce v následné diskusi si nechám v případě zájmu a času až pro samotnou přednášku. Nemyslím však, že je to nutné, protože zájemci mají možnost si vše sami důkladně přečíst a zaujmout názor podle originálu, což je určitě vhodnější.

Adresa: Petr Hebák, Katedra statistiky a pravděpodobnosti, Fakulty informatiky a statistiky, Vysoká škola ekonomická v Praze

E-mail: hebak@centrum.cz

Telefon: +420 606 657 456

Poznámka redakce: S laskavým svolením autora a ediční rady Forum Statisticum Slovacaum je příspěvek přetištěn z čísla 5/2007. Příspěvek tvořil základ zvané přednášky konference STAKAN 2007. Druhou zvanou přednášku z této konference, profesora Wimmera, Vám poskytneme v jednom z dalších čísel Informačního Bulletinu. Těšte se!

STAKAN 2007 (RUSAVA, JESTŘÁBÍ, ČESKÁ REPUBLIKA, 25. – 27. 5. 2007)

Kolektív doktorandov z Banskej Bystrice

Niekoľko (vôbec nie subjektívnych) pohľadov na konferenciu STAKAN 2007 (alebo Ako nám bolo dobre...)

Na úvod by sme sa hádam mali trošku predstaviť. Sme dosť konzistentná skupinka šiestich „večných študentov“ zo samotného srdca Slovenska, pozostávajúca z piatich doktorandov a jedného „doktoranda už ukončeného“ (pozícia jediného vysokoškolského učiteľa ho automaticky nominovala do funkcie vedúceho výpravy). Mimochodom, pomer žien a mužov, na prírodovedcov dosť netypický, je 4:2.

Účasť na konferencii STAKAN 2007 sme si naplánovali z viacerých (ako inak, dobrých) dôvodov. Vymenujeme aspoň niekoľko z nich:

1. téma konferencie (uznávame, že to asi nebol úplne ten najhlavnejší dôvod, ale uviesť ho ako prvý je minimálne slušnosť),
2. zloženie účastníkov (evokovalo príležitosť osobne sa „dotknúť“ žijúcich osobností českého a slovenského štatistického neba),
3. miesto konania konferencie (niekde na chate blízko Rusavy, pre nás miesto, ktoré by sa dalo označiť rýdzo slovensky ako Pánu Bohu za chrbtom, čo dráždilo našu zvedavosť),
4. skupinová účasť (a dokonca bez prítomnosti školiteľov).

Aj napriek zodpovednému plánovaniu našej cesty (ktoré vedúci skupiny štandardne presunul na výkonných členov ako inak ženského pohlavia, ktoré túto náročnú úlohu primerane zodpovedne zvládli) sa pri cestovaní do Rusavy vyskytli neočakávané problémy. Napodiv nezačali už pri nastupovaní do vlaku v Banskej Bystrici, ale až na území nášho bratského národa. Výsledkom bolo, že sme na miesto určenia dorazili asi s dvojhodinovým meškaním, keďže naša trasa nadobudla charakter špirály. Našťastie organizátori sa nás hneď ujali a po vysvetlení nejasností týkajúcich sa vekovej kategorizácie (pohlavie bolo určené správne) nám prideliť ubytovanie. S nadšením sme „rozzipovali“ batožinu a pridali sa k poslucháčom už prebiehajúcich prednášok. Veľmi príjemne nás prekvapila srdečná a neformálna atmosféra prednášok. Diskusia bola otvorená všetkým vekovým skupinám a názorovým orientáciám. Blížil sa čas večere, tak sme čakali, čo bude. Ako už tušíte, chystáme sa pokračovať v udeľovaní superlatívov – jedlo bolo výborné! Večer nás svojou prednáškou uchvátil pán profesor Žváček a väčšinu účastníkov konferencie potom uchvátilo vystúpenie tanečnej skupiny Kirké. Samozrejme, debata (jednoznačne

vysoko odborná) našej šesťčlennej výpravy pokračovala až do skorých ranných hodín pred chatkou.

V sobotu (po pozornej účasti na skvelých doobedňajších prednáškach) sme sa postarali o všeobecné pobavenie účastníkov konferencie na výlete. Podarilo sa nám totiž na poslednej križovatke turistických chodníkov zvoliť úplne odlišný smer ako zvolili všetci ostatní, ale uistení správnou farebnou kombináciou značiek (aj keď v inom poradí) sme pokračovali v ceste. Keďže sme však nasledujúcich 30 minút namiesto stúpania ustavične šli smerom nadol, pochybnosti začali nahlodávať našu istotu. Nakoniec sme sa rozhodli ujasniť si naše ďalšie smerovanie u prvého človeka, ktorého stretneme. Po otázke „Kam sa dostaneme touto cestou?“ položenej miestnym chatárom nás odpoveď uistila, že ideme nesprávne. Uvažovali sme, čo spraviť... Nesmelé návrhy zmeniť cieľ výletu na najbližšiu obec boli v zárodku potlačené. Rozvážne sme sa rozhodli zavolať organizátorom (ktorí s celou skupinou boli už dávno v celi) a poslúchnuť ich pokyny. Tie boli jasné – vrátiť sa a pokračovať v ceste nahor! Tak sme sa vzchopili, a cestu k spomínanej križovatke sme zvládli za 20 minút! K vytúženému cieľu to bol potom už len kúsok. Keď sme zbadali členov našej výpravy (a oni nás), odľahlo nám (a na poznámku „Kam sa nám ztratila celá Banská Bystrica?“ sme reagovali už len so smiechom).

Po večernej sérii prednášok nás očarila prednáška trochu z iného súdka – o galaxiách, a keďže sa aj počasie umúdrilo, mohli sme sledovať nočnú oblohu hviezdárskym ďalekohľadom.

V nedeľu sme už (aj keď nie veľmi radi) museli pomýšľať na odchod. Konferencia bola ukončená vynikajúcim obedom, po ktorom sme sa skvele organizovanou dopravou dostali do Rusavy. Cesta domov už bola z hľadiska dopravy menej komplikovaná (ale rovnako veselá) ako cesta do Rusavy, pričom sa nám na trase Rusava – Banská Bystrica podarilo dosiahnuť úctyhodnú priemernú rýchlosť 30 km/h.

Po návrate sme sa všetci zhodli na jednej veci. Nasledujúci STAKAN si nesmieme nechať ujsť. Táto konferencia pre nás totiž predstavuje vzor toho, ako má konferencia vyzeráť. Skvelá organizácia. Priateľská a tvorivá atmosféra. Zaujímavé, originálne a podnetné prednášky. A nie nezanedbateľná vec, pomerne nízke náklady.

Tento náš článok prosím chápte najmä ako **VELKÉ POĎAKOVANIE** organizátorom konferencie za skvele zvládnutý priebeh konferencie a srdečnú atmosféru, ktorá v nás zanechala nádherné spomienky.

Kolektív autorov z Banskej Bystrice

P.S. Prípadné faktografické nepresnosti v článku sú dôsledkom extrémneho množstva pozitívnych spomienok, ktoré sa s odstupom času navzájom trochu môžu miešať.

ZVANÉ PŘEDNÁŠKY

Profesor Godfrey Onwubolu ve Zlíně

Název přednášky přednášené v angličtině:

Self-Organizing Data Mining Techniques for Real-life Problems

Přednášené partie:

Přehled a principy samoorganizujících se technik dolování dat, řešené problémy z oblasti financí, ekonomie, ekologie, biologie, chemie, fyziky, energetiky či výroby s důrazem na předpovědi a modelování dějů.

Ke stažení (profesora uvádí proděkan docent Zelinka z FAI UTB ve Zlíně):

DNS FTP serveru: exp.uis.fame.utb.cz; uživatel: cst; heslo: cst; adresář: /lectures/Onwubolu/; velikost 366 MB; délka: 66 minut.

Poznámka: Doufáme, že získáme elektronickou podobu přednášky a DVD záznam z této akce a zpřístupníme jej poté členům ČStS. Pokud se tak nestane, snad uspokojí alespoň tento, méně kvalitní, videozáznam.

Připravujeme a plánujeme pro Vás!

Ještě letos a.k.a. Vánoční kolekce:

- Jedno číslo s články od kolegů ze Slovenska.
- DVD s tisknutelnými i netisknutelnými věcmi.
- Mimořádné číslo v češtině s doplňujícími soubory umístěnými na FTP serveru alias GIS systémy a data k nim. Značka: vše zadarmo.
- Mimořádné číslo v angličtině.

Na příští rok:

- Tip!
- Setkání předsedů a mladých studentů v Praze.
 - Vybrané příspěvky z konference STAKAN 2007.
 - Tvorbu výukových animací na řadu způsobů.
 - Mimořádné číslo o GISech a jak na ně jít.
 - Mimořádné číslo v angličtině.
 - Víc neprozradíme! . . .

OBSAH BULLETINU

<i>Jaromír Antoch</i> Robust 2008	1
<i>Pavel Drábek</i> Proč a jak učit matematiku na univerzitě	2
<i>Petr Hebák</i> Výuka statistiky 2007	6
<i>Kolektiv doktorandů z Banské Bystrice</i> Stakan 2007	25
Zvané přednášky: Profesor Godfrey Onwubolu ve Zlíně	27

Stojí za navštívení!

- Předseda Statistik Austria s akademiky v Praze.
Prof. Peter Hackl souhlasil se zveřejněním své přednášky. Naleznete ji na našich stránkách nebo na našem FTP serveru ve složce /lectures/Hackl/.
- Konference Analýza dat 2007/II:
<<http://www.trilobyte.cz/adb/adb06b.htm>>
- Akce CQR: <<http://www.cqr.cz/>>
Sekce Akce nebo podsekce Akce :: archiv.
- Projekt KEGA (OpenSource ve výuce na VŠ)
<<http://people.tuke.sk/jan.busa/kega/>>
- Slovak Math UBUNTU (výpočetní prostředí)
<<http://people.tuke.sk/peter.mann/ubuntu/>>
- Volně ke stažení: <<http://softpedia.com/>>
- TeX • Setkání TeXistů plus přednáška Jonathana Kewa:
<<http://bulletin.cstug.cz/vh2007/>>
- TeX • Pravidelně aktualizováno a rozšiřováno:
<<http://www.river-valley.tv/>>

ISSN 1210 – 8022. Informační Bulletin České statistické společnosti vychází čtyřikrát do roka v českém vydání. Příležitostně i mimořádné české a anglické číslo.

Předseda společnosti: Doc. RNDr. Gejza Dohnal, CSc., ÚTM FS ČVUT v Praze, Karlovo nám. 13, 121 35 Praha 2, e-mail: gejza.dohnal@fs.cvut.cz

Redakce: Ing. Pavel Stríž, Ph.D., e-mail: striz@fame.utb.cz

Uzávěrka: čísel 4/2007 a 1/2008 je 25. 11. 2007 půlnoc

FTP: exp.uis.fame.utb.cz; uživatel: csts; heslo: csts

WEB server: <<http://www.statspol.cz/>>