

INFORMAČNÍ BULLETIN



České statistické společnosti

Ročník 28, číslo 2, červen 2017

O UŽITÍ WILCOXONOVÝCH TESTŮ ON THE USAGE OF WILCOXON'S TESTS

Josef Tvrdík

Adresa: Katedra informatiky, Přírodovědecká fakulta Ostravské University,
30. dubna 22, 701 03 Ostrava

E-mail: josef.tvrdik@osu.cz

Abstrakt: Rozdíly v rozhodování podle Wilcoxonova párového a dvouvýběrového testu byly zkoumány pomocí jednoduchého simulačního experimentu. Toto zkoumání bylo motivováno několika rukopisy recenzovaných článků, v nichž byla posuzována výkonnost dvojice evolučních algoritmů a pro porovnání byl použit nevhodný test. Výsledky simulace ukázaly, že rozdíly mohou být velmi podstatné, což pak vede k nesprávným rozhodnutím.

Klíčová slova: Wilcoxonův dvouvýběrový test, Wilcoxonův párový test, simulace, důsledky nesprávné aplikace.

Abstract: Differences in the decision based on Wilcoxon signed-rank and rank-sum tests are studied via a simple simulation experiment. The study was motivated by inappropriate application of the test in several submitted papers comparing the efficiency of two evolutionary algorithms. The results of the simulation show that the differences can be rather large, which leads to incorrect decisions.

Keywords: Rank-sum Wilcoxon test, signed-rank Wilcoxon test, simulation, consequences of improper application.

1. Úvod

Impulsem k napsání tohoto příspěvku byla série čtyř článků, které jsem dostal k recenzování v průběhu prvního čtvrtletí roku 2017. Tyto články se zabývaly návrhem nové výkonnější modifikace nějakého evolučního algoritmu a všechny měly společné to, že v porovnání výsledků byl špatně aplikován Wilcoxonův test. Podezřelé to bylo zvláště u jednoho z těchto článků, který byl jinak velmi dobře napsán a poslán do vysoce prestižního časopisu s impact faktorem větším než čtyři. To mě přimělo pátrat po možných příčinách tohoto omylu a také jednoduchým simulačním experimentem ukázat, k jakým chybám v rozhodování může docházet při nesprávném užití párového testu místo dvouvýběrového.

Možnou příčinou je malá statistická vzdělanost některých autorů navrhuujících nové verze evolučních algoritmů. Mnozí užívají statistické metody

mechanicky podle návodu, který někde vyčetli, aniž by uvažovali o vhodnosti metody pro danou úlohu. Ke zmatení přispívá i článek [5], který má vysoké ambice formulované v jeho názvu a je editory časopisů a konferenčních sborníků doporučován jako návod pro aplikaci statistických metod v porovnávání algoritmů. Bohužel, Derrac a kol. [5] se v části věnované porovnávání dvou algoritmů dopouštějí poněkud matoucí formulace: “The Wilcoxon signed ranks test is used for answering the following question: do two samples represent two different populations?” Vůbec nezmiňují, že párový test je vhodný pouze tehdy, když běhy algoritmu jsou závislé, tzn. v každém páru porovnávané algoritmy startují ze stejné počáteční populace. To samozřejmě v případě nezávislých běhů není splněno a místo párového testu se má užít test dvou-výběrový.

2. Evoluční algoritmy a jejich hodnocení

Evoluční algoritmy hledají globální minimum nějaké funkce, v nejjednodušším případě je problém formulován takto: Pro reálnou funkci $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $\Omega \subseteq \mathbb{R}^D$ máme najít bod $\mathbf{x}^* \in \Omega$, pro který platí $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$, pro $\forall \mathbf{x} \in \Omega$. Definiční obor Ω je obvykle definován pomocí dolní a horní hranice v každé dimenzi, $\Omega = \prod_{i=1}^D \langle a_i, b_i \rangle$, $a_i < b_i$, $i = 1, 2, \dots, D$, přirozené číslo D je dimenze úlohy.

Podrobnější informace o evolučních a jim podobných algoritmech nalezneme např. v [8], stručnější přehled v [7]. Zde si princip fungování evolučních algoritmů ukážeme na velmi populární diferenciální evoluci (DE). Algoritmus DE navrhli Storn a Price [6] a za uplynulých dvacet let byl tento algoritmus intenzivně zkoumán, přidávány nové adaptivní mechanismy a DE byla aplikována v řešení řady optimalizačních praktických úloh. Článek [6] má nyní více jak 6000 citací. Přehled o současném stavu vývoje DE nalezneme v článcích [3, 4].

Algoritmus DE je velmi jednoduchý, viz algoritmus 1. Na začátku se vygeneruje populace N bodů náhodně v Ω a tato populace se vyvíjí po generacích tak, že jsou aplikovány evoluční operátory mutace, křížení a selekce a tím je vytvářena nová generace. Existuje řada typů mutace, velmi často je užívaná mutace DE/rand/1

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{x}_{r1} + F(\mathbf{x}_{r2} - \mathbf{x}_{r3}), \quad (1)$$

kde $r1$, $r2$ a $r3$ jsou navzájem různé náhodně vybrané indexy z $\{1, 2, \dots, N\}$, různé od aktuálního indexu i a $F > 0$ je vstupní parametr. Nový zkušební (trial) bod \mathbf{y}_i je vytvořen z aktuálního bodu \mathbf{x}_i a mutantu \mathbf{u}_i křížením, jehož

existuje několik typů, např. binomické křížení kombinuje složky \mathbf{x}_i a \mathbf{u}_i takto:

$$y_{i,j} = \begin{cases} u_{i,j} & \text{když } U_j(0,1) \leq CR \text{ nebo } j = J, \\ x_{i,j} & \text{jinak,} \end{cases} \quad (2)$$

kde $U_j(0,1)$ je náhodné číslo z rovnoměrného spojitého rozdělení s parametry 0,1. Počet souřadnic převzatých z \mathbf{u}_i do \mathbf{y}_i je řízen parametrem CR , $CR \in [0, 1]$, J je náhodně vybraný index souřadnice j , což zaručuje, že nejméně jedna složka vektoru \mathbf{y}_i je odlišná od odpovídající složky \mathbf{x}_i .

Algoritmus 1 DE v pseudokódu.

```

initialize population  $P = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$  randomly in  $\Omega$ 
evaluate  $f(\mathbf{x}_i)$  for  $\forall i$ 
while stopping condition not reached do
    for  $i = 1$  to  $N$  do
        create a new trial vector  $\mathbf{y}_i$  using mutation and crossover
    end for
    for  $i = 1$  to  $N$  do
        evaluate  $f(\mathbf{y}_i)$ 
        if  $f(\mathbf{y}_i) \leq f(\mathbf{x}_i)$  then
            insert  $\mathbf{y}_i$  into  $P$  instead of  $\mathbf{x}_i$  and replace  $f(\mathbf{x}_i)$  by  $f(\mathbf{y}_i)$ 
        end if
    end for
end while
    
```

Je zřejmé, že DE i ostatní stochastické algoritmy jsou heuristiky nezaručující nalezení správného řešení problému při dosažení podmínky ukončení běhu algoritmu. Proto je nutné jejich výkonnost posuzovat z více běhů algoritmu a výsledky (jsou to realizace náhodných veličin) statisticky hodnotit. Byla publikována celá řada testovacích úloh, např. [2], na uvedené webové stránce najdeme i další sady testovacích problémů. U těchto testovacích úloh je známo správné řešení, např. hodnota funkce v globálním minimu $f(\mathbf{x}^*)$. Pak je možno výkonnost algoritmů porovnávat podle velikosti chyby nalezeného řešení $f(\mathbf{x}_{\min}) - f(\mathbf{x}^*)$, kde $f(\mathbf{x}_{\min})$ je nejmenší hodnota funkce nalezená při ukončení běhu algoritmu.

Toho se využívá při různých soutěžích algoritmů pořádaných i v rámci každoročního CEC (Congress on Evolutionary Computation), kdy na zadané sadě testovacích problémů jsou porovnávány algoritmy spuštěné za stejných

experimentálních podmínek v předepsaném počtu běhů a stejného maximálního dovoleného počtu vyhodnocení funkce. Výsledkem každého běhu algoritmu je buď nula (algoritmus našel správné řešení) nebo kladná hodnota u úloh, kdy správné řešení nalezeno nebylo. Obvyklou podmínkou je, že běhy algoritmů jsou nezávislé, generátor náhodných čísel je na začátku každého běhu inicializován „semínkem“ odvozeným z aktuálního strojového času.

3. Návrh simulačního pokusu

Cílem simulačního experimentu bylo zjistit rozdíly v rozhodování při využití dvouvýběrového (rank-sum) a párového Wilcoxonova (signed-rank) testu v hodnocení účinnosti dvou stochastických algoritmů, ALG1 a ALG2. V každém simulačním kroku generujeme dva výběry o rozsahu n ze dvou rozdělení chyb funkčních hodnot odpovídajících výkonnosti každého z algoritmů. Rozdělení je specifikováno dvěma vstupními parametry SR a μ , určujícími pravděpodobnost výskytu nulových hodnot a střední hodnotu generovaných kladných chyb. Hodnoty chyb jsou generovány takto:

$$X_i = \begin{cases} 0, & \text{když } U_i(0, 1) \leq SR, \\ U_i(0, 2\mu) & \text{jinak, } \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (3)$$

kde U_i značí náhodné číslo generované z rovnoměrného spojitého rozdělení s parametry uvedenými v závorkách.

Experimenty byly provedeny pro tři počty opakování běhů algoritmů (ve statistické terminologii tři rozsahy výběrů, ve výsledcích označených symbolem n) obvykle užívaných v experimentálním porovnávání dvou algoritmů a pět úrovní hodnot SR .

Tabulka 1: Četnosti sledované v simulačních experimentech.

Test		rank-sum	
Test	Rozhodnutí	A	R
signed-rank	A (accept H0)	a	b
signed-rank	R (reject H0)	c	d

Výsledek dvouvýběrového Wilcoxonova testu nezávisí na pořadí hodnot ve výběru, zatímco výsledek párového testu je na pořadí hodnot závislý, viz např [1]. Dvojice výběrů je porovnána Wilcoxonovým dvouvýběrovým a párovým testem. Pořadí hodnot druhého výběru je pak ještě 999krát náhodně

permutováno a pro každou permutaci je vyhodnocen párový Wilcoxonův test. V každé sérii simulačních experimentů (tj. pro každou kombinaci hodnot n a SR) bylo provedeno 1000 takových kroků, tj. tisíc generování výběrů ze dvou rozdělení odpovídajících výkonnosti každého z algoritmů. Zaznamenávány byly počty rozhodnutí přijetí či zamítnutí nulové hypotézy na hladině významnosti 0,05 ve členění uvedeném v tabulce 1. Kromě toho byl sledován i počet zamítnutí nulové hypotézy dvouvýběrovým testem (n_2) v tisíci simulačních krocích a průměrný počet zamítnutí nulové hypotézy párovým testem (n_p), který je počítán z počtu zamítnutí pro každou dvojici výběrů. Tyto hodnoty jsou obsaženy v tabulkách výsledků simulace. Z návrhu simulačního experimentu je zřejmé, že součet $a + b + c + d = 1000 \times 1000 = 1 \times 10^6$. Z četností jsou pak vyhodnoceny odvozené charakteristiky, a to *falešná pozitivita*, tj. relativní četnost zamítnutí nulové hypotézy párovým testem v situaci, kdy dvouvýběrový test nulovou hypotézu nezamítá

$$FP (\%) = 100 \frac{c}{a + c} \quad (4)$$

a *shoda klasifikace*, tj. relativní četnost shodných rozhodnutí obou testů

$$S (\%) = 100 \frac{a + d}{a + b + c + d}. \quad (5)$$

Simulovány byly tři situace lišící se v rozdílech výkonnosti algoritmů ALG1 a ALG2. Pro rozsahy výběru a hodnoty SR uvedených v tabulkách 2–4 jsou hodnoty nalezené chyby funkce generovány podle (3):

Simulace 1 – Oba algoritmy mají shodnou výkonnost, rozdíly jsou pouze náhodné, $\mu = 5$ pro oba algoritmy.

Simulace 2 – Oba algoritmy mají stejnou hodnotu SR , ale střední hodnota chyby ALG2 je poloviční, $\mu = 5$ u ALG1 a $\mu = 2,5$ u ALG2.

Simulace 3 – ALG2 je lepší jak co úspěšnosti nalezení správného řešení, tak co do hodnoty nalezené chyby. Má větší SR a menší střední hodnotu chyby než ALG1, $\mu = 5$ u ALG1, u ALG2 je $\mu = 4$ a SR o 0,05 větší než u ALG1, u kterého SR má hodnotu z tabulky 4.

4. Výsledky simulačních experimentů

Výsledky simulačních experimentů jsou uvedeny v tabulkách 2–4. Hodnoty FP větší než 10 % a hodnoty S menší než 90 % jsou zvýrazněny.

Tabulka 2: Výsledky Simulace 1, oba algoritmy stejně výkonné.

n	SR	n_2	n_p	a	b	c	d	FP (%)	S (%)
25	0,00	52	52,1	935341	12542	12659	39458	1,34	97,5
	0,25	59	52,6	926622	20733	14378	38267	1,53	96,5
	0,50	54	53,1	930410	16490	15590	37510	1,65	96,8
	0,75	47	40,9	937591	21515	15409	25485	1,62	96,3
	0,90	48	15,1	947529	37407	471	14593	0,05	96,2
51	0,00	46	49,4	940373	10250	13627	35750	1,43	97,6
	0,25	55	50,9	934740	14364	10260	40636	1,09	97,5
	0,50	55	49,1	932734	18117	12266	36883	1,30	97,0
	0,75	54	43,5	934742	21735	11258	32265	1,19	96,7
	0,90	52	50,5	927592	21880	20408	30120	2,15	95,8
100	0,00	56	55,0	935050	9770	8950	46230	0,95	98,1
	0,25	45	45,0	945283	9710	9717	35290	1,02	98,1
	0,50	44	46,5	942933	10536	13067	33464	1,37	97,6
	0,75	50	53,1	927832	19024	22168	30976	2,33	95,9
	0,90	47	40,1	939616	20257	13384	26743	1,40	96,6

Tabulka 3: Výsledky Simulace 2, stejná SR , střední hodnota chyby ALG2 poloviční.

n	SR	n_2	n_p	a	b	c	d	FP (%)	S (%)
25	0,00	881	932	64116	4432	54884	876568	46,1	94,1
	0,25	409	594	399258	6558	191742	402442	32,4	80,2
	0,50	119	308	689411	2205	191589	116795	21,7	80,6
	0,75	42	110	880912	9399	77088	32601	8,0	91,4
	0,90	18	26	968147	5853	13853	12147	1,4	98,0
51	0,00	991	998	1578	33	7422	990967	82,5	99,3
	0,25	704	919	80848	62	215152	703938	72,7	78,5
	0,50	222	559	439100	2323	338900	219677	43,6	65,9
	0,75	56	229	759358	11796	184642	44204	19,6	80,4
	0,90	31	66	917983	16163	51017	14837	5,3	93,3
100	0,00	1000	1000	0	0	0	1000000		100,0
	0,25	937	997	3285	0	59715	937000	94,8	94,0
	0,50	376	864	136116	0	487884	376000	78,2	51,2
	0,75	58	415	581877	2959	360123	55041	38,2	63,7
	0,90	56	164	821411	14235	122589	41765	13,0	86,3

Tabulka 4: Výsledky Simulace 3, ALG2 má větší SR a menší střední hodnotu chyby než ALG1.

n	SR	n_2	n_p	a	b	c	d	FP (%)	S (%)
25	0,00	338	323	625035	51698	36965	286302	5,6	91,1
	0,25	160	169	805667	25282	34333	134718	4,1	94,0
	0,50	87	105	878040	17052	34960	69948	3,8	94,8
	0,75	61	71	907904	21289	31096	39711	3,3	94,8
	0,90	26	20	967615	12684	6385	13316	0,7	98,1
51	0,00	538	536	427378	36316	34622	501684	7,5	92,9
	0,25	284	314	659115	26441	56885	257559	7,9	91,7
	0,50	14	202	785000	12706	72000	130294	8,4	91,5
	0,75	87	143	840778	16752	72222	70248	7,9	91,1
	0,90	102	99	867204	34299	30796	67701	3,4	93,5
100	0,00	861	861	119044	20325	19956	840675	14,4	96,0
	0,25	472	536	447515	16206	80485	455794	15,2	90,3
	0,50	227	341	649591	9424	123409	217576	16,0	86,7
	0,75	168	255	724888	20490	107112	147510	12,9	87,2
	0,90	221	276	676322	47741	102678	173259	13,2	85,0

Z tabulky 2 vidíme, že výsledky obou testů se nijak dramaticky neliší, falešná pozitivita nedosahuje ani 2,5 % a shoda rozhodnutí je ve všech případech větší než 95 %. Také počty zamítnutí nulové hypotézy kolísají okolo očekávané hodnoty 50, u párového testu mají tyto počty větší rozptyl.

Výsledky v tabulce 3 ukazují, že rozhodnutí podle výsledku testů se podstatně liší. Falešné pozitivita párového testu dosahuje většinou desítky procent a v několika případech je dokonce vysoce nad 50 %. Podle počtu zamítnutí n_2 a n_p vidíme, jak síla testů klesá s rostoucí hodnotou SR .

V tabulce 4 vidíme rostoucí rozdíly v rozhodování testů s rostoucím rozsahem výběru, u $n = 100$ falešná pozitivita přesahuje 12 % a shoda rozhodování klesá pod 90 %.

5. Závěr

Výsledky simulačního experimentu potvrdily očekávání, že výsledky rozhodování založené na Wilcoxonově párovém testu se liší od výsledků testu dvou-výběrového. V některých situacích dokonce jsou rozdíly velmi podstatné, kdy shoda rozhodování klesá pod 80 % a falešná pozitivita přesahuje 50 %.

Poděkování

Děkuji oběma mně neznámým recenzentům za povzbudivé poznámky a především za užitečné připomínky, které přispěly ke zlepšení výsledného textu článku.

Literatura

- [1] Anděl, J.: *Statistické metody*. 4. upr. vyd., MatfyzPress, Praha, 2007.
- [2] Awad, N. H., Ali, M. Z., Liang, J. J., Qu, B. Y., Suganthan, P. N.: Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2017 special session and competition on single objective real-parameter numerical optimization. *Nanyang Technological University, Singapore and Jordan University of Science and Technology, Jordan and Zhengzhou University, Zhengzhou China*, Tech. Rep., 2016,
URL: <http://www.ntu.edu.sg/home/epnsugan/>
- [3] Das, S., Suganthan, P. N.: Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **15**, 27–54, 2011.

- [4] Das, S., Mullick, S., Suganthan, P.N.: Recent advances in differential evolution-an updated survey. *Swarm and Evolutionary Computation*, **27**, 1–30, 2016.
- [5] Derrac, J., Garcia, S., Molina, D. Herrera, F.: A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation* **1**, 3–18, 2011.
- [6] Storn, R., Price, K.V.: Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization* **11**, 341–359, 1997.
- [7] Tvrdík, J. (2010): *Stochastické algoritmy pro globální optimalizaci*, Přírodovědecká fakulta Ostravské univerzity, URL: http://www1.osu.cz/~tvrdik/wp-content/uploads/STAGO_10.pdf
- [8] Zelinka, I., Oplatková, Z., Ošmera, P., Šeda, M., Včelař, F. (2008): *Evoluční výpočetní techniky – principy a aplikace*, BEN – technická literatura, Praha, 2008.

PROBLÉM NENALEZENÝCH CHYB – NETRADIČNÍ POZVÁNKA NA KONFERENCI ROBUST

PROBLEM OF HIDDEN MISPRINTS – AN UNUSUAL INVITATION TO THE ROBUST CONFERENCE

Ondřej Vencálek

Adresa: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky, PŘF, Univerzita Palackého v Olomouci, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

E-mail: ondrej.vencalek@upol.cz

Abstrakt: Řešíme následující úlohu: Kolik chyb obsahuje text, v němž první oponent objevil 32 chyb a druhý oponent 23 chyb, přičemž 16 chyb našli oba recenzenti? Ukážeme odhad celkového počtu momentovou metodou a metodou maximální věrohodnosti. A ukážeme, jak úloha souvisí s konferencí Robust 2018.

Klíčová slova: Robust 2018, momentová metoda, metoda maximální věrohodnosti.

Abstract: We are dealing with the following problem: Estimate the total number of misprints in a text which was reviewed by two independent reviewers who found 32 and 23 misprints, respectively. The number of misprints found by both reviewers was 16. We show the moment method estimator as well as the maximal likelihood estimator. Finally, we show how the problem relates to the Robust 2018 conference.

Keywords: Robust 2018, method of moments, maximal likelihood estimation.

1. Úloha, která motivovala vznik tohoto příspěvku

Úloha, o které pojednává tento příspěvek, byla řešena již před více než sto lety. Téměř sto let je také známo její řešení. To je dnes využíváno řadou vědních oborů. Ani pro statistiky není úloha uzavřenou kapitolou, o čemž svědčí řada poměrně nových článků věnovaných tomuto tématu. O jaké úloze je řeč? Její zadání bude hned následovat. Jméno, pod kterým je známa nejen statistické komunitě, však prozradíme až v závěru. Čtenáři rovněž zatím ponecháváme jako hádanku otázku, jak tato úloha souvisí s konferencí Robust 2018. Napovíme jen, že odpověď úzce souvisí s místem, kde se bude konference konat.

V knize *Sto důležitých věcí, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)* vypráví John D. Barrow následující příběh. „Na Den nezávislosti 4. července

1977 se dobře pamatuji. [...] obhajoval jsem v Oxfordu svoji disertační práci. Nezávislost, i když zcela jiné povahy, se toho dne opravdu projevila. První otázka, kterou mi zkoušející položili, se totiž vůbec netýkala kosmologie, o níž má práce pojednávala. Šlo v ní o statistiku. Jeden oponent přišel v mé práci na 32 překlepů (byly to časy před nástupem textových editorů a programů pro kontrolu pravopisu), zatímco druhý jich našel 23. Otázka zněla: kolik je tam asi chyb, které neobjevil ani jeden z nich? Po chvíli srovnávání poznámek na papírech se ukázalo, že 16 chyb našli oba oponenti. Je zajímavé, že k odpovědi už nám tato dodatečná informace stačí, alespoň pokud předpokládáme, že oba oponenti pracují na sobě nezávisle [...].“

2. První řešení

Počet chyb odhalených prvním oponentem, označme jej X_1 , můžeme považovat za náhodnou veličinu s binomickým rozdělením s parametry n (celkový počet chyb) a p_1 (pravděpodobnost odhalení chyby prvním oponentem; stejná pro všechny chyby). Analogicky počet chyb odhalených druhým oponentem X_2 má binomické rozdělení s parametry n a p_2 . Veličiny X_1 a X_2 pokládáme za nezávislé. Počet chyb nalezených oběma oponenty má pak binomické rozdělení s parametry n a $p_1 p_2$. Tento model výše popsané situace má tedy tři neznámé parametry: p_1 , p_2 a n . Právě parametr n nás zajímá nejvíce. Máme přitom k dispozici realizace všech tří výše uvedených náhodných veličin, které označujeme x_1 , x_2 a y .

Nejjednodušší způsob odhadu parametrů je tzv. *momentovou metodou*. Platí

$$EX_1 = np_1, \text{ proto } \widehat{n}\widehat{p}_1 = x_1, \text{ a tedy } \widehat{p}_1 = x_1/\widehat{n}, \quad (1)$$

$$EX_2 = np_2, \text{ proto } \widehat{n}\widehat{p}_2 = x_2, \text{ a tedy } \widehat{p}_2 = x_2/\widehat{n}. \quad (2)$$

Těchto odhadů využijeme při odhadu parametru n :

$$EY = np_1 p_2, \text{ proto } \widehat{n}\widehat{p}_1 \widehat{p}_2 = y \quad (3)$$

a odtud

$$\widehat{n} = (x_1 x_2)/y. \quad (4)$$

Dosazením rovnosti (4) do vztahů (1) a (2) pak dostáváme

$$\widehat{p}_1 = y/x_2, \quad (5)$$

$$\widehat{p}_2 = y/x_1. \quad (6)$$

Stojí za povšimnutí, že úspěšnost prvního oponenta při hledání chyb odhadujeme tak, že vezmeme v úvahu jen chyby nalezené druhým oponentem

a díváme se, jakou část z nich objevil i první oponent. Tím vyřešíme problém neznalosti celkového počtu chyb v textu. Analogické tvrzení bychom mohli vyslovit i pro odhad úspěšnosti druhého oponenta.

Po dosazení hodnot uvedených v zadání ($x_1 = 32$, $x_2 = 23$, $y = 16$) do výše uvedených vzorců dostaneme odhad celkového počtu chyb v textu $\hat{n} = 46$. Odhadujeme, že v práci bylo celkem 46 chyb, z nichž oba oponenti objevili 16 chyb, dalších 16 ($= 32 - 16$) objevil jen první oponent, dalších 7 ($= 23 - 16$) objevil jen druhý oponent a zbylých 7 chyb ($= 46 - 16 - 16 - 7$) neobjevil ani jeden z oponentů.

3. Druhé řešení

Momentová metoda bývá doporučována pro získání počátečních odhadů, statistici však většinou dávají přednost metodě maximální věrohodnosti. Je to snad dáno také tím, že obvykle známe asymptotické chování maximálně věrohodných odhadů.

Musíme si však uvědomit, že v našem případě podmínky věty o asymptotické normalitě maximálně věrohodných odhadů (viz [2], věta 7.100) nejsou splněny, neboť zjevně množina bodů, na níž je věrohodnost nenulová, závisí na odhadovaném parametru n (je-li např. $n = 50$, je pravděpodobnost, že $X_1 = 32$, $X_2 = 23$, $Y = 16$ nenulová, pokud by ovšem $n = 10$, byla by pravděpodobnost tohoto výsledku nula).

Přesto zkusíme maximálně věrohodný odhad celkového počtu chyb n vypočítat a porovnat jej s odhadem momentovou metodou. Jak ale vypadá věrohodnostní funkce? Nemůžeme použít součin věrohodností pro veličiny X_1 , X_2 a Y , neboť ty nejsou vzájemně nezávislé. Proto budeme nyní postupovat jinak. Rozlišujeme čtyři druhy chyb v textu:

- chyby objevené prvním i druhým oponentem (Y),
- chyby objevené pouze prvním oponentem ($X_1 - Y$),
- chyby objevené pouze druhým oponentem ($X_2 - Y$),
- chyby, které neobjevil ani jeden z oponentů ($n - X_1 - X_2 + Y$).

V okamžiku, kdy už je text napsaný, ale text ještě nečetli oponenti, je n pevně daná (byť nám neznámá) konstanta, a počty chyb jednotlivých typů (Y , $X_1 - Y$, $X_2 - Y$, $n - X_1 - X_2 + Y$) můžeme pokládat za náhodný vektor s multinomickým rozdělením s parametry n a $(p_1 p_2, p_1(1 - p_2), (1 - p_1)p_2, (1 - p_1)(1 - p_2))$. Nyní už je zřejmé, jak věrohodnostní funkce vypadá. Má podobu:

$$L(n, p_1, p_2 | x_1, x_2, y) = \frac{n!}{y!(x_1 - y)!(x_2 - y)!(n - x_1 - x_2 + y)!} \times \\ \times (p_1 p_2)^y \times (p_1(1 - p_2))^{x_1 - y} \times ((1 - p_1)p_2)^{x_2 - y} \times \\ \times ((1 - p_1)(1 - p_2))^{n - x_1 - x_2 + y}.$$

Určeme tedy maximálně věrohodný odhad parametru n . Je přitom potřeba postupovat opatrně. V mnoha úlohách je totiž n pevně dané, v kterémžto případě je první člen součinu kladnou konstantou a nehraje proto při hledání maxima žádnou roli. V naší úloze je však n neznámým parametrem, a proto nemůžeme první člen vynechat. Věrohodnostní funkci můžeme zjednodušit následujícím způsobem:

$$L(n, p_1, p_2) \propto \frac{n!}{(n - x_1 - x_2 + y)!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} (1 - p_1)^{n - x_1} (1 - p_2)^{n - x_2}. \quad (7)$$

Obvyklým postupem, kdy věrohodnost nejprve zlogaritmuje, poté vypočítáme parciální derivace podle parametrů p_1 a p_2 a ty pak položíme rovny nule, dostaneme odhady pravděpodobností

$$\hat{p}_1 = x_1 / \hat{n}, \\ \hat{p}_2 = x_2 / \hat{n}.$$

Vidíme, že jsme došli ke stejným rovnostem jako u momentové metody, viz (1) a (2). Zatím však nevíme, jestli bude stejně odhadnut také parametr n . V tom případě by byly odhady všech tří parametrů stejné pro metodu maximální věrohodnosti jako pro momentovou metodu. Nyní tedy potřebujeme najít hodnotu $n \in \mathbb{N}$ maximalizující výraz (7). K tomu stačí maximalizovat členy závislé na n , tedy

$$f(n) := \frac{n!}{(n - x_1 - x_2 + y)!} ((1 - p_1)(1 - p_2))^n.$$

Podíl dvou po sobě jdoucích prvků posloupnosti $\{f(n)\}_{n \in \mathbb{N}}$ je roven

$$\frac{f(n)}{f(n - 1)} = \frac{n}{n - x_1 - x_2 + y} (1 - p_1)(1 - p_2). \quad (8)$$

Pro $n > x_1 + x_2 - y$ (víme, že celkový počet chyb nemůže být menší než počet již objevených chyb, který je roven $x_1 + x_2 - y$) je podíl (8) klesající funkcí proměnné n . Nás zajímá, pro které hodnoty je tento podíl větší než 1,

neboť až po tento bod hodnoty posloupnosti $\{f(n)\}$ rostou. Řešením pomocné rovnice $f(n)/f(n-1) = 1$ dostáváme $\hat{n} = (x_1x_2)/y$. Pokud je tato hodnota celočíselná, jde o maximálně věrohodný odhad, zároveň je však maximálně věrohodným odhadem také hodnota o jedničku nižší, neboť $f(n) = f(n-1)$. Pokud je podíl $(x_1x_2)/y$ neceločíselný, vezmeme za odhad nejbližší celé číslo menší než tato hodnota. Vidíme, že jsme metodou maximální věrohodnosti dospěli ke stejnému výsledku jako momentovou metodou, ale zároveň jsme ukázali, že odhad $\hat{n} - 1$ je stejně věrohodný. Rovněž jsme zjistili, jak by měl odhad vypadat, je-li součin $(x_1x_2)/y$ neceločíselný.

4. Třetí řešení

K odhadu $\hat{n} = x_1x_2/y$ bychom mohli dospět také následující intuitivní úvahou.

Celkovou úspěšnost prvního oponenta při hledání chyb lze vyjádřit podílem jím odhalených chyb, tj. x_1/n . Omezíme-li se nyní na chyby odhalené druhým oponentem, můžeme úspěšnost prvního recenzenta vyjádřit podílem y/x_2 . Předpokládáme-li, že recenzenti pracují nezávisle a každou chybu odhalí se stejnou pravděpodobností (tento druhý předpoklad je diskutabilní a existují modely, které se mu vyhýbají), můžeme pokládat celkovou úspěšnost prvního oponenta a jeho úspěšnost na určité části za sobě rovné, tedy

$$\frac{x_1}{n} = \frac{y}{x_2}.$$

Odtud již přímo plyne odhad celkového počtu chyb v podobě $\hat{n} = x_1x_2/y$.

5. Asymptotika maximálně věrohodného odhadu

V této kapitole budeme vyšetřovat vlastnosti odhadu celkového počtu chyb v podobě $\hat{n} = (X_1X_2)/Y$. Nejprve si povšimněme, že náhodná veličina Y označující počet chyb objevených zároveň oběma oponenty může s nenulovou pravděpodobností nabývat hodnoty 0. V tom případě však není podíl ve vztahu pro \hat{n} definován. Omezíme se proto na vyšetřování asymptotického chování tohoto odhadu, neboť s rostoucím počtem pozorování jde (za předpokladu $0 < p_1, p_2 < 1$) pravděpodobnost jevu $[Y = 0]$ k nule.

Jak jsme již zmínili v úvodu sekce 3, nemůžeme se při vyšetřování vlastností odhadu celkového počtu chyb opřít o běžně používanou větu o asymptotickém rozdělení maximálně věrohodných odhadů. Situace však není beznadějná. Můžeme použít mnohorozměrnou centrální limitní větu (analogii Moivre-Laplaceovy věty pro binomické rozdělení použitou na multinomické

rozdělení) a asymptotické rozdělení odhadu \hat{n} následně odvodit pomocí delta-metody. Tento postup si nyní ukážeme.

Uvažujme náhodný vektor $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)'$ s multinomickým rozdělením s parametry n a $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \dots, \pi_4)'$. Odhadněme pravděpodobnosti $\boldsymbol{\pi}$ pomocí relativních četností $\hat{\boldsymbol{\pi}} = \mathbf{Y}/n$. Z mnohorozměrné centrální limitní věty plyne

$$\sqrt{n}(\hat{\boldsymbol{\pi}} - \boldsymbol{\pi}) \xrightarrow{D} N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}), \quad \text{kde } \boldsymbol{\Sigma} = \text{diag}\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\pi}\boldsymbol{\pi}'.$$

Podoba asymptotické varianční matice vychází z podoby varianční matice multinomického rozdělení.

Delta-metoda popisuje asymptotické rozdělení transformace vektoru $\hat{\boldsymbol{\pi}}$; tu zde budeme označovat $g(\hat{\boldsymbol{\pi}})$. Použitím delta-metody získáme následující vlastnost:

$$\sqrt{n}(g(\hat{\boldsymbol{\pi}}) - g(\boldsymbol{\pi})) \xrightarrow{D} N(\mathbf{0}, \mathbf{d}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{d}), \quad (9)$$

kde $\mathbf{d} = \left(\frac{\partial g(\boldsymbol{\pi})}{\partial \pi_1}, \dots, \frac{\partial g(\boldsymbol{\pi})}{\partial \pi_4} \right)'$. Více o mnohorozměrné centrální limitní větě a delta-metodě lze nalézt v kapitole 14 monografie [1]. Nyní je třeba tuto obecnou teorii použít na náš speciální případ. V něm $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_4)'$ = $(Y, X_1 - Y, X_2 - Y, n - X_1 - X_2 + Y)'$, odtud $Y = Y_1$, $X_1 = Y_1 + Y_2$, $X_2 = Y_1 + Y_3$. Nás zajímají asymptotické vlastnosti odhadu

$$\hat{n} = \frac{X_1 X_2}{Y},$$

který můžeme vyjádřit jako funkci proměnné n a odhadů $\hat{\boldsymbol{\pi}}$:

$$\hat{n} = \frac{(Y_1 + Y_2)(Y_1 + Y_3)}{Y_1} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \frac{Y_2 Y_3}{Y_1} = n \left(\hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2 + \hat{\pi}_3 + \frac{\hat{\pi}_2 \hat{\pi}_3}{\hat{\pi}_1} \right).$$

Odtud přímo plyne, že odhad \hat{n} můžeme vyjádřit pomocí funkce $g(\cdot)$ definované předpisem

$$g(\boldsymbol{\pi}) = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \frac{\pi_2 \pi_3}{\pi_1}, \quad (10)$$

a to jako

$$\hat{n} = ng(\hat{\boldsymbol{\pi}}). \quad (11)$$

Mohlo by se zdát podivné, že se v rovnici (11) vyskytuje na pravé straně neznámý parametr n . To však nevadí, neboť pro výpočet odhadu se tento vzorec stejně nepoužije (používáme již dříve odvozený vztah (4)). Vztah (11) použijeme pouze k odvození asymptotického vychýlení a asymptotického rozptylu odhadu \hat{n} .

Využijeme-li vztahy mezi jednotlivými pravděpodobnostmi \mathbf{p} platné pro náš případ, tj. rovnosti

$$\pi_1 = p_1 p_2, \quad \pi_2 = p_1(1 - p_2) \text{ a } \pi_3 = (1 - p_1)p_2, \quad (12)$$

snadno s použitím vztahu (9) nahlédneme, že odhad \hat{n} je asymptoticky nevychýlený. Máme-li dost trpělivosti k násobení matic, případně máme-li po ruce software typu Mathematica, není problém vypočítat asymptotický rozptyl odhadu \hat{n} . Stačí spočítat vektor \mathbf{d} parciálních derivací funkce $g(\cdot)$ dané výrazem (10) podle jednotlivých parametrů, dosadit jej do výrazu pro rozptyl ve vztahu (9) a výsledek poté zjednodušit použitím rovností (12). Pro velké hodnoty n platí přibližně

$$\text{var}(\hat{n}) \approx n \frac{(1 - p_1)(1 - p_2)}{p_1 p_2}.$$

Použijeme-li odhady parametrů p_1 , p_2 a n odvozené v kapitole 3, dostaneme

$$\widehat{\text{var}}(\hat{n}) \approx \frac{x_1 x_2 (x_1 - y)(x_2 - y)}{y^3}.$$

Dosazením hodnot ze zadání a použitím asymptotické normality bychom mohli zkonstruovat přibližný 95% interval spolehlivosti. Ten bude mít podobu (37, 55). Víme však, že oba oponenti našli $x_1 + x_2 - y = 39$ chyb a spodní hranice intervalu je tedy „mimo“. Smysluplnější by zřejmě bylo určit horní odhad celkového počtu chyb, tedy hodnotu, kterou s předem danou velkou pravděpodobností skutečný celkový počet chyb nepřevyšuje. Tato hodnota vyjde 53,4. Abychom nesnížili hodnotu spolehlivosti pod 95 %, zaokrouhlíme toto číslo nahoru. V námi studované situaci jsme si tedy dosti jisti, že celkový počet chyb není vyšší než 54.

6. Jak řešená úloha souvisí s Robustem 2018

Mnohý čtenář již jistě poznal, že námi řešený problém je vlastně úloha známá jako *capture-recapture* („odchyt a opětovný odchyt“). Pod tímto názvem se skrývá způsob odhadu velikosti celé populace (v našem případě „populace chyb“) používaný často například zoology. Postup je následující: Odchytíme část jedinců (nevíme, jak velkou) a ty označíme. Jejich počet je x_1 . V naší úloze jsou těmito jedinci „chyby odchycené prvním oponentem“. Tyto jedince pak opět vypustíme a po čase provedeme opětovný odchyt, tj. recapture. Tomu odpovídá situace, kdy necháme „odchytávat chyby druhým oponentem“. Počet jedinců odchyceným v druhém odchytu je x_2 . Nyní zjistíme,

kolik z jedinců odchytených při druhém odchyty bylo označených. Tím, že byli označeni, víme o nich, že byli polapeni i při prvním odchyty. Jejich počet je y . Nyní již stojíme před úlohou popsanou v úvodu tohoto článku. Rozdíl je snad jen v tom, že nejjednodušší capture-recapture model předpokládá stejnou pravděpodobnost odchyty jedince při prvním a při druhém odchyty, tj. $p_1 = p_2$. Tento předpoklad by byl u oponentů hledajících chyby často zpochybnitelný. Jak je vidět, k vyřešení úlohy není potřebný.

Naopak úloha se dá dále zobecňovat pro více než dva odchyty, kde v každém odchyty je jiná pravděpodobnost, že bude jedinec odchyten (jde o modely uvažující v čase různou pravděpodobnost odchytení – *time-dependent capture probability*). Dokonce se dá obejít i bez předpokladu, že je pravděpodobnost odchytení jedince v daném odchyty stejná pro všechny jedince. Potřeba takového zobecnění vychází z pozorování reálného chování odchytených zvířat. Některá z nich vykazují při dalším odchytení vyšší pravděpodobnost odchyty (mluví se u nich o *trap-happiness*), jiná naopak se po odchytení pastem více vyhýbají a pravděpodobnost jejich znovuodchytení je proto menší (tuto vlastnost nazývají ekologové *trap-shyness*). Jistá třída capture-recapture modelů proto zohledňuje skutečnost, že pravděpodobnost opětovného odchytení závisí na chování zvířete a uvažují proto tzv. *behavioural capture probability*. Více informací se o těchto modelech můžeme dozvědět např. z publikace [6].

Jestliže jsme na začátku tvrdili, že úloha, kterou zde rozebíráme, byla řešena již před více než sto lety, měli jsme tím na mysli skutečnost, že již na konci 19. století použil metodu odchyty a označení ryb k odhadu velikosti jejich populace dánský biolog Carl Georg Johannes Petersen [7]. Metoda odhadu byla popsána v roce 1930 Frederickem Charlesem Lincolnem (je velmi příjemné listovat zažloutlými stránkami jeho článku [5] alespoň v jejich digitální podobě dostupné na stránce <https://archive.org/details/calculatingwater1181inc>). Odhad velikosti celkové populace v podobě podílu (4) se na jejich počet nazývá *Lincolnovův-Petersonův odhad*. Asymptotické vlastnosti popsané v kapitole 5 odvodil již v 50. letech 20. století Darroch [4]. Zmiňme zde ještě alespoň modifikaci Lincolnova-Petersonova odhadu, kterou v roce 1951 navrhl Chapman [3], který vyřešil problém možné nulovosti hodnoty ve jmenovateli (4) tím, že k hodnotě Y přičetl jedničku a ukázal pak, že odhad

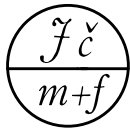
$$\tilde{n} = \frac{(X_1 + 1)(X_2 + 1)}{Y + 1} - 1$$

má jen velmi malé vychýlení.

A jak celá úloha souvisí s Robustem? Oblíbená konference se v roce 2018 uskuteční v obci Rybník (na Domažlicku). Takže ať už bude úkolem stanovit celkový počet kaprů v rybníce nebo celkový počet účastníků konference, capture-recapture modely se mohou hodit.

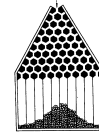
Literatura

- [1] Agresti, A.: *Categorical Data Analysis (2nd edition)*. Wiley, Hoboken, NJ, 2002.
- [2] Anděl, J.: *Základy matematické statistiky*. Matfyzpress, Praha, 2007.
- [3] Chapman, D. G.: Some properties of the hypergeometric distribution with applications to zoological sample censuses. *Univ. Calif. Publ. Statist.* **1**, 131–160, 1951.
- [4] Darroch, J. N.: The multiple-recapture census: I. Estimation of a closed population. *Biometrika* **45**, 3/4, 343–359, 1958.
- [5] Lincoln, F. C.: Calculating Waterfowl Abundance on the Basis of Banding Returns. *United States Department of Agriculture Circular.* **118**, 1–4, 1930.
- [6] McCrea, R. S., Morgan, B. J. T.: *Analysis of capture-recapture data*. CRC Press, 2014.
- [7] Petersen, C. G. J.: The Yearly Immigration of Young Plaice Into the Limfjord From the German Sea. *Report of the Danish Biological Station (1895)*. **6**, 5–84, 1896.



ROBUST 2018

1. oznámení



Vážené kolegyně, vážení kolegové,

ve dnech 21. ledna (neděle) – 26. ledna (pátek) 2018 se v rekreačním zařízení Rybník, nacházejícím se na rozmezí Šumavy a Českého lesa, uskuteční jubilejní dvacátá zimní škola JČMF ROBUST 2018. Tato akce je organizována skupinou pro výpočetní statistiku ČMS JČMF za podpory ČStS a KPMS MFF UK. ROBUST 2018 bude věnován, tak jako vždy, především moderním trendům matematické statistiky, finanční matematiky, optimalizace, teorie pravděpodobnosti a analýzy dat. Nabídku k přednesení zvaných přednášek přijali (abecedně a bez titulů):

- Eva Fišerová, Univerzita Palackého, Olomouc;
- Jan Hanousek, CERGE-EI, Praha;
- Ján Mačutek, Univerzita Komenského, Bratislava
- Zbyněk Pawlas, MFF UK, Praha;
- Miroslav Singer, Generali CEE Holding.
- Nechte se překvapit, další intenzivní jednání probíhají.

Vedle zvaných přednášek se jako vždy počítá se sděleními účastníků. Pro doktorandy a studenty připravujeme opět posterovou sekci spojenou s ústní prezentací. Jeden večer bude věnován diskusi o nových trendech okolo nás.

- *Datum a místo konání:* 21. ledna (neděle) – 26. ledna (pátek) 2018, rekreační zařízení Rybník, Rybník 43, 345 25 Hostouň; <http://www.rybnik-ceskyles.cz>; GPS 49°30'80265"N, 12°40'65457"E.
- *Ubytování:* Ve dvou a tří lůžkových pokojích. Pro zájemce zajistíme za příplatek ubytování již od soboty 20. ledna 2018.
- *Stravování:* Celodenní (neděle oběd – pátek oběd).
- *Sportovně-kulturní program:* Na středu odpoledne plánujeme výlet. Nezapomeňte na běžky a na pořádné turistické oblečení a vybavení. Budeme ve skutečné přírodě, kde byl oficiálním měřením prokázán nejčistší vzduch střední Evropy.
- *Technické vybavení:* K dispozici bude notebook, zpětný i datový projektor, tabule a internetové wifi připojení s limitovanou rychlostí.
- *Abstrakt:* Abstrakt v \TeX u ve formě zdrojového textu spolu s pdf souborem vložte přes Vaši registrační stránku na adresu robust.nipax.cz **nejpozději do 31. října 2017**.
- *Stipendia:* Česká statistická společnost vypsala několik stipendií. Podrobnosti na adrese www.statspol.cz.
- *Konferenční poplatek:* 4 000 Kč. Pro studenty řádného studia a interní postgraduální studenty bez vedlejšího úvazku 3 600 Kč. Konferenční poplatek zahrnuje ubytování, stravu a náklady organizačního výboru.
- *Bankovní spojení:* Číslo účtu 2001215985/2010 u Fio banka, a.s. IBAN: CZ77 2010 0000 0020 0121 5985 BIC: FIOBCZPPXXX Příjemce: Česká matematická společnost, sekce Jednoty Českých matematiků a fyziků, Žitná 609/25, 11000 Praha 1. Variabilní symbol je 20185xxx, kde xxx si zvolte sami, nezapomeňte zapamatovat a vložit do Vaší registrační stránky!
- *Poznámky k placení:* Jako informaci pro příjemce platby prosím uveďte Vaše jméno, případně instituci. Daňový doklad obdržíte během konference. Pokud potřebujete zálohovou fakturu dříve, například kvůli možnosti Vaší účast proplatit, obraťte se na paní L. Naxerovou (naxerova@karlin.mff.cuni.cz). Budete-li platit až na místě, dohodněte se s námi prosím předem, abychom zajistili ubytování a stravu.
- *Storno poplatky:* Při zaplaceném konferenčním poplatku a odřeknutí účasti:
 - Při odřeknutí účasti před 10. lednem 2018 činí storno poplatek 15 %.
 - Při odřeknutí účasti 10. ledna 2018 či později činí storno poplatek 50 %.
 - Nedostaví-li se účastník, storno poplatek činí 100 %.
 Pro stanovení data pro zrušení účasti je rozhodující datum informující o zrušení účasti.
- *Další oznámení:* Veškeré informace budou zveřejňovány na www.karlin.mff.cuni.cz/~antoch, a dle potřeb distribuovány buď e-mailem nebo klasickou poštou.
- *Adresa pro korespondenci:* ROBUST 2018, MFF UK, KPMS, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8 – Karlín, tel. 221 913 275; e-mail antoch@karlin.mff.cuni.cz.
- *Příhláška a registrace:* Zaregistrujte se prosím, a nezapomeňte vložit abstrakt Vaší přednášky, **nejpozději 31. října 2017** na adrese <http://robust.nipax.cz>. Pro ty, kteří se zúčastnili předchozích Robustů, jsme zachovali již dříve vložené osobní údaje. Zkontrolujte je a v případě změn opravte. Při jakýchkoliv potížích s registrací se prosím obraťte na kolegu Dohnala (dohnal@nipax.cz).

Obsah

Vědecké a odborné články

Josef Tvrdík

O užití Wilcoxonových testů 1

Ondřej Vencálek

Problém nenalezených chyb – Netradiční pozvánka na konferenci Robust 11

Zprávy a informace

Redakce časopisu

Robust 2018 20

Informační bulletin České statistické společnosti vychází čtyřikrát do roka v českém vydání. Příležitostně i mimořádné české a anglické číslo. Vydavatelem je Česká statistická společnost, IČ 00550795, adresa společnosti je Na padesátém 81, 100 82 Praha 10. Evidenční číslo registrace vedené Ministerstvem kultury ČR dle zákona č. 46/2000 Sb. je E 21214. Časopis je na Seznamu recenzovaných neimpaktovaných periodik vydávaných v ČR, více viz server <http://www.vyzkum.cz/>.

The Information Bulletin of the Czech Statistical Society is published quarterly. The contributions in the journal are published in English, Czech and Slovak languages.

Předseda společnosti: RNDr. Marek MALÝ, Státní zdravotní ústav, Šrobárova 48, Praha 10, 100 42, e-mail: mmaly@szu.cz.

Redakce: prof. RNDr. Gejza DOHNAL, CSc. (šéfredaktor), prof. RNDr. Jaromír ANTOCH, CSc., prof. Ing. Václav ČERMÁK, DrSc., doc. Ing. Jozef CHAJDIK, CSc., doc. RNDr. Zdeněk KARPÍŠEK, CSc., RNDr. Marek MALÝ, CSc., doc. RNDr. Jiří MICHÁLEK, CSc., prof. Ing. Jiří MILITKÝ, CSc., doc. Ing. Iveta STANKOVIČOVÁ, PhD., doc. Ing. Josef TVRDÍK, CSc., Mgr. Ondřej VENCÁLEK, Ph.D.

Redaktor časopisu: Mgr. Ondřej VENCÁLEK, Ph.D., ondrej.vencalek@upol.cz.
Informace pro autory jsou na stránkách společnosti, <http://www.statspol.cz/>.

DOI: 10.5300/IB, <http://dx.doi.org/10.5300/IB>
ISSN 1210–8022 (Print), ISSN 1804–8617 (Online)

Toto číslo bylo vtištěno s laskavou podporou Českého statistického úřadu.